

Mathe Leuchtturm Übungsleuchtturm **005**

=Übungskapitel

2.Klasse

Arithmetik:

ggT



Der größte gemeinsame Teiler - ggT

Erforderlicher Wissensstand: (->Stoffübersicht im Detail und know-how-Theorie ->siehe auch Wissensleuchtturm der 2.Klasse)

Kenntnisse der Teilbarkeitsregeln

Primzahlen-Primfaktorenzerlegung

Bestimmung des größten gemeinsamen Teilers auf 2 Arten, mittels Darstellung mit Mengendiagrammen, vor allem mittels Primfaktorenzerlegung in Spalten

Begriff der Teilerfremdheit (relativ prim)

Ziel dieses Kapitels (dieses Übungsleuchtturms) ist:

Vertiefendes Üben der Bestimmung des größten gemeinsamen Teilers durch Primfaktorenzerlegung und Anwenden der Teilbarkeitsregeln; Erkennen von Primzahlen

Musterbeispiele findest du am Ende des Lösungsteils!

Alle Formeln, Erklärungen und Musterbeispiele zu diesem Übungsleuchtturm findest du wie gewohnt hier im Lösungsteil-auf Seite 3. Die entsprechende Musterbeispielnummer ist bei den Beispielen angemerkt.

Am Ende der Lösungen-hier auf Seite 4 und Seite 6- findest du ein durchgerechnetes Musterbeispiel zu den Übungen (mit anderer Angabe, aber des gleichen Typs.)

Lösungen findest du auf Seite 3

Ü

->siehe Musterbeispiel Nr.001 & 002

Kreuze die korrekte Lösung-den richtigen größten gemeinsamen Teiler -an!*Arbeite mittels Primfaktorenzerlegung in Spalten!**Als Zusatz kannst du die Darstellung im Mengendiagramm üben.***Die Buchstaben ergeben ein Lösungswort.**

Achte auf teilerfremde Ergebnisse!

- | | | | | |
|-------------------------|----------------|-----------------------|----------------|------|
| 1.) ggT (36,60)= | 4 -K | 12-P | 18-T | 30-H |
| 2.) ggT (9,72)= | 3-E | 12-N | 9-R | 4-B |
| 3.) ggT (112,168)= | 56-I | 28-U | 2-E | 6-A |
| 4.) ggT (120,96)= | 12-F | 24-M | 3-S | 48-E |
| 5.) ggT (42,63)= | 3-U | 7-K | relativ prim-F | 21-Z |
| 6.) ggT (69,138)= | 23-E | 3-J | 69-A | 13-I |
| 7.) ggT (50,184)= | 4-relativ prim | 2-H | 3-M | 25-L |
| 8.) ggT (220,330)= | 110-L | 55-D | 5-B | 2-E |
| 9.) ggT (66,91)= | 1-C | 3-H | 4-T | 2-N |
| 10.) ggT (57,99)= | 19-P | relativ prim-B | 3-O | 9-I |
| 11.) ggT (100,105)= | 20-T | 5-U | 3-K | 2-M |
| 12.) ggT (31,57)= | relativ prim-P | 3-I | 6-S | 31-X |
| 13.) ggT(243,64)= | relativ prim-U | 2-E | 4-S | 16-G |
| 14.) ggT (7,9)= | 3-K | 1-T | 7-N | 9-A |
| 15.) ggT (45,55)= | 5-E | 1-H | 2-N | 9-M |
| 16.) ggT (Primzahl,1) = | 1-R | Primzahl der Angabe-D | 0-S | |



Lösungen

Übungsleuchtturm004

des Ü's von Seite 2

Rechts findest du die Primfaktorenzerlegung (auch in Potenzen zerlegt) angegeben.

(die du ja in den Spaltenkolonnen rechts stehen haben solltest)

Wie gelernt bedeutet z.B. $16 = 2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ -> also der 2-er 4 mal mit sich selbst multipliziert

1.) ggT (36,60)=12 $36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2$ $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$

2.) ggT (9,72)=9 $9 = 3 \cdot 3 = 3^2$ $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^2$

3.) ggT (112,168)=56 $112 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7 = 2^4 \cdot 7$ $168 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7$

4.) ggT (120,96)=24 $120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$ $96 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^5 \cdot 3$

5.) ggT (42,63)=21 $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$ $63 = 3 \cdot 3 \cdot 7 = 3^2 \cdot 7$

6.) ggT (69,138)=69 $69 = 3 \cdot 23$ $138 = 2 \cdot 3 \cdot 23$

7.) ggT (50,184)=2 $50 = 2 \cdot 5 \cdot 5 = 2 \cdot 5^2$ $184 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 23 = 2^3 \cdot 23$

8.) ggT (220,330)=110 $220 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 11 = 2^2 \cdot 5 \cdot 11$ $330 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$

9.) ggT (66,91)=1 relativ prim (teilerfremd)

10.) ggT (57,99)=3 $57 = 3 \cdot 19$ $99 = 3 \cdot 3 \cdot 11 = 3^2 \cdot 11$

11.) ggT (100,105)=5 $100 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 = 2^2 \cdot 5^2$ $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$

12.) ggT (31,57) =1 relativ prim (teilerfremd)

13.) ggT(243,64)=1 relativ prim

14.) ggT (7,9)=1 relativ prim

15.) ggT (45,55)=5 $45 = 3 \cdot 3 \cdot 5 = 3^2 \cdot 5$ $55 = 5 \cdot 11$

16.) ggT (Primzahl,1) = 1 relativ prim

Lösungswort.:

Primzahlcomputer

Musterbeispiel Nr.001:**ggT (36,54)=?**Wir zerlegen 36 und 54 in Primfaktoren.

36	2	54	2
18	2	27	3
9	3	9	3
3	3	3	3
1		1	

Oben: Wir vergleichen jeweils die beiden rechten roten Spalten (also die Divisoren) in beiden Zerlegungen links und rechts.

1.Schritt : wir beginnen mit dem ersten roten 2er in der linken Zerlegung. Er kommt doppelt, also auch in der rechten Spalte vor. Wir markieren ihn oder umkreisen ihn .Hier markieren wir ihn grün. (siehe unten) In der rechten Spalte wird er abgehakt. Hier markieren wir ihn violett. Der 2er wird nur einmal gezählt.

36	2	54	2
18	2	27	3
9	3	9	3
3	3	3	3
1		1	

2.Schritt : wir gehen weiter in der linken Zerlegung. Der nächste 2er kommt nirgendwo mehr vor. Wir lassen ihn nicht markiert/nicht umkreist stehen. Oben markieren wir ihn hellblau.

3.Schritt : wie schon im 1.Schritt gehen wir bei den beiden 3ern vor. Oben markieren wir die beiden 3er in der linken Zerlegung grün ,die beiden 3er in der rechten Zerlegung wie im 1.Schritt violett.

Übrig bleibt nun (nur)ein 3er in der rechten Spalte der rechten Zerlegung (rot markiert).Er kommt nicht (mehr) doppelt vor ,daher wird er stehen gelassen.

Übrig bleibt nun ein 2-er und zwei 3-er in der linken Zerlegung-rechte Spalte. (grün!!)

Bilden wir das Produkt aus diesen übrig gebliebenen grünen Zahlen, so erhalten wir die Faktoren des ggT.

$$\text{ggT}(36,54) = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2 = 18$$

Der größte gemeinsame Teiler von 36 und 54 ist also, wie bereits mit den Mengen gezeigt, 18!

Der größte gemeinsame Teiler ist das Produkt aller gemeinsamen Primfaktoren.

„Alle Zahlen, die doppelt vorkommen=alle Primfaktoren in der Zerlegung, werden nur 1mal multipliziert angeschrieben.“

Musterbeispiel Nr.002:

Bestimme den ggT von 60 und 15

ggT (60,15) =?Wir zerlegen 60 und 15 in Primfaktoren.

60	2	15	3
30	2	5	5
15	3	1	
5	5		
1			

Oben: Wir vergleichen jeweils die beiden rechten roten Spalten (also die Divisoren) in beiden Zerlegungen links und rechts.

1.Schritt : wir beginnen mit dem ersten roten 2er in der linken Zerlegung. Er kommt nicht doppelt, also nicht in der rechten Spalte vor. Wir lassen ihn nicht markiert/nicht umkreist stehen. Unten markieren wir ihn **hellblau** (siehe unten)

60	2	15	3
30	2	5	5
15	3	1	
5	5		
1			

2.Schritt : wir gehen weiter in der linken Zerlegung. Auch der nächste 2er kommt nirgendwo mehr vor. Wir lassen ihn nicht markiert/nicht umkreist stehen. Oben markieren wir ihn **hellblau**.

3.Schritt : Nun kommen wir zum 3-er. Der 3er kommt doppelt, also auch in der rechten Spalte vor. Wir markieren ihn oder umkreisen ihn .Hier markieren wir ihn **grün**. In der rechten Spalte wird er abgehakt. Hier markieren wir ihn **violett**. Denselben Vorgang führen wir für den 5-er durch. Nun sind wir damit alle Elemente auch in der rechten Spalte durchgegangen..

Übrig bleibt nun ein 3-er und ein 5-er in der linken Zerlegung-rechte Spalte. (grün!!)

Bilden wir das Produkt aus diesen übrig gebliebenen grünen Zahlen ,so erhalten wir die Faktoren des ggT.

$$\boxed{ggT(60,15) = 3 \cdot 5 = 15}$$