

**Mathe Leuchtturm**

**Übungsleuchtturm**

**006**

=Übungskapitel

**Arithmetik:**

**kgV**

*2.Klasse*



## **Das kleinste gemeinsame Vielfache - kgV**

**Erforderlicher Wissensstand:** (->Stoffübersicht im Detail und know-how-Theorie ->siehe auch Wissensleuchtturm der 2.Klasse)

***Kenntnisse der Teilbarkeitsregeln***

***Primzahlen-Primfaktorenzerlegung***

***Bestimmung des kleinsten gemeinsamen Vielfachen auf 2 Arten, mittels Darstellung mit Mengendiagrammen ,vor allem mittels Primfaktorenzerlegung in Spalten***

**Ziel dieses Kapitels (dieses Übungsleuchtturms) ist:**

***Vertiefendes Üben der Bestimmung des kleinsten gemeinsamen Vielfachen durch Primfaktorenzerlegung und Anwenden der Teilbarkeitsregeln; Erkennen von Primzahlen***

**Musterbeispiele findest du am Ende des Lösungsteils!**

**Alle Formeln, Erklärungen und Musterbeispiele zu diesem Übungsleuchtturm findest du wie gewohnt hier im Lösungsteil-auf den Seiten 4 und 5 !! Die entsprechende Musterbeispielnummer ist bei den Beispielen angemerkt.**

**Am Ende der Lösungen –hier auf Seite 6 und 8 findest du ein durchgerechnetes Musterbeispiel zu den Übungen (mit anderer Angabe, aber des gleichen Typs.)**

**Lösungen findest du ab Seite 4**

**kurze Theorie zum Merken auf Seite 7**

## Ü

->siehe Musterbeispiel Nr.001 & 002

*Joe Primenummer, ein ziemlich fauler Schüler, hat mit dem Mathematikprogramm „Homework Profi“ seine Hausübung zum kgV und ggT berechnen lassen. Aber hat das Programm auch wirklich alles „verstanden“, was er eingegeben hat???*

**Deine Aufgabe ist es nun, diese Fehler zu finden, die Rechnung zu korrigieren, also anzugeben, ob es sich um eine wahre oder falsche Aussage handelt.**

**Arbeite bei der Primfaktorenzerlegung in Spalten!** (Musterbeispiele findest du dazu am Ende des Lösungsteils!)

*Als Zusatz kannst du die Darstellung im Mengendiagramm üben.*

**(Musterbeispiele findest du dazu am Ende des Lösungsteils!)**

Überprüfe auch **den größten gemeinsamen Teiler**, damit du den Unterschied gut wahrnimmst!

1.) kgV (35,55)=700	ggT (35,55)=5
2.) kgV (20,45)=180	ggT (20,45)=5
3.) kgV (30,44)=660	ggT (30,44)=4
4.) kgV (25,35)=125	ggT (25,35)=5
5.) kgV (50,60)=300	ggT (50,60)=10
6.) kgV (12,16)=48	ggT (12,16)=2
7.) kgV (100,155)=1550	ggT (100,155)=5
8.) kgV (13,57)=741	ggT (13,57)=1 <i>teilerfremd</i>
9.) kgV (11,67)=737	ggT (11,67)= 67
10.) kgV (230,180)=2300	ggT (230,180)=10
11.) kgV (7,21)=21	ggT(7,21)=7
12.) kgV (88,99)=792	ggT(88,99)=11
13.) kgV (300,400)=4800	ggT(300,400)=100
14.) kgV (51,55)=2805	ggT(51,55)=1 <i>relativ prim (teilerfremd)</i>
15.) kgV (29,87)=87	ggT(29,87)=29

# Lösungen

## Übungsleuchtturm 006

Falls es eine **falsche** Aussage ist, also unkorrekt gerechnet wurde, findest du die richtige korrigierte Lösung im Rahmen

*In der Mitte findest du die Primfaktorenzerlegung (auch in Potenzen zerlegt) angegeben.*

*(die du ja in den Spaltenkolonnen rechts stehen haben solltest), links kgV, rechts ggT.*

*Wie gelernt bedeutet z.B.  $16 = 2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$  ->>also der 2-er 4 mal mit sich selbst multipliziert*

- |      |                                    |                            |                               |   |
|------|------------------------------------|----------------------------|-------------------------------|---|
| 1.)  | $\boxed{\text{kgV}(35,55)=385}$    | $35 = 5 \cdot 7$           | $55 = 5 \cdot 11$             | $\text{ggT}(35,55)=5$                     |
| 2.)  | $\text{kgV}(20,45)=180$            | $20 = 2^2 \cdot 5$         | $45 = 3^2 \cdot 5$            | $\text{ggT}(20,45)=5$                     |
| 3.)  | $\text{kgV}(30,44)=660$            | $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$   | $44 = 2^2 \cdot 11$           | $\boxed{\text{ggT}(30,44)=2}$             |
| 4.)  | $\boxed{\text{kgV}(25,35)=175}$    | $25 = 5^2$                 | $35 = 5 \cdot 7$              | $\text{ggT}(25,35)=5$                     |
| 5.)  | $\text{kgV}(50,60)=300$            | $50 = 2 \cdot 5^2$         | $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$    | $\text{ggT}(50,60)=10$                    |
| 6.)  | $\text{kgV}(12,16)=48$             | $12 = 2^2 \cdot 3$         | $16 = 2^4$                    | $\boxed{\text{ggT}(12,16)=4}$             |
| 7.)  | $\boxed{\text{kgV}(100,155)=3100}$ | $100 = 2^2 \cdot 5^2$      | $155 = 5 \cdot 31$            | $\text{ggT}(100,155)=5$                   |
| 8.)  | $\text{kgV}(13,57)=741$            | $13 = 1 \cdot 13$          | $57 = 3 \cdot 19$             | $\text{ggT}(13,57)=1$ teilerfremd         |
| 9.)  | $\text{kgV}(11,67)=737$            | $11 = 1 \cdot 11$          | $67 = 1 \cdot 67$ Primzahlen  | $\boxed{\text{ggT}(11,67)=1}$ teilerfremd |
| 10.) | $\boxed{\text{kgV}(230,180)=4140}$ | $230 = 2 \cdot 5 \cdot 23$ | $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$ | $\text{ggT}(230,180)=10$                  |
| 11.) | $\text{kgV}(7,21)=21$              | $7 = 1 \cdot 7$            | $21 = 3 \cdot 7$              | $\text{ggT}(7,21)=7$                      |

12.)  $\text{kgV}(88,99)=792$     $88 = 2^3 \cdot 11$     $99 = 3^2 \cdot 11$     $\text{ggT}(88,99)=11$

13.)  $\text{kgV}(300,400)=1200$     $300 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$     $400 = 2^4 \cdot 5^2$     $\text{ggT}(300,400)=100$

14.)  $\text{kgV}(51,55)=2805$     $51 = 3 \cdot 17$     $55 = 5 \cdot 11$     $\text{ggT}(51,55)=1$  *relativ prim(teilerfremd)*

15.)  $\text{kgV}(29,87)=87$     $29 = 1 \cdot 29$     $87 = 3 \cdot 29$     $\text{ggT}(29,87)=29$



**Musterbeispiel Nr.001:****kgV (12,30)=?****Gesucht ist kgV (12,30). Wir zerlegen 12 und 30 in Primfaktoren.**

12	<b>2</b>	30	<b>2</b>
6	<b>2</b>	15	<b>3</b>
3	<b>3</b>	5	<b>5</b>
1		1	

Oben: Wir vergleichen jeweils die beiden rechten roten Spalten (also die Divisoren) in beiden Zerlegungen links und rechts.

1.Schritt : wir beginnen mit dem ersten roten 2er in der linken Zerlegung. Er kommt doppelt, also auch in der rechten Spalte vor. Wir markieren ihn oder umkreisen ihn .Hier markieren wir ihn **grün**. (siehe unten) In der rechten Spalte wird er abgehakt. Hier markieren wir ihn **violett**. Der 2er wird nur einmal gezählt.

12	<b>2</b>	30	<b>2</b>
6	<b>2</b>	15	<b>3</b>
3	<b>3</b>	5	<b>5</b>
1		1	

2.Schritt : wir gehen weiter in der linken Zerlegung. Der nächste 2er kommt nirgendwo mehr vor. Wir lassen ihn nicht markiert/nicht umkreist stehen. Oben markieren wir ihn **hellblau**.

3.Schritt : wie schon im 1.Schritt gehen wir mit dem 3-er vor. Oben markieren wir den 3er in der linken Zerlegung **grün** ,die beiden 3er in der rechten Zerlegung wie im 1.Schritt **violett**.

Übrig bleibt nun (nur)ein 5er in der rechten Spalte der rechten Zerlegung (rot markiert).Er kommt nicht (mehr) doppelt vor ,daher wird er stehen gelassen.

Wie beim ggT werden die doppelt vorkommenden Elemente (also jene die in der linken und rechten Zerlegung vorkommen )nur 1mal multiplizierend mitgezählt angeschrieben ,**aber im Unterschied zum ggT werden beim kgV nun auch die Faktoren, die „solo übrig bleiben in beiden Zerlegungen“-der hellblaue 2 er links sowie der rote 5-er rechts -multiplizierend mitgezählt angeschrieben!!!!!!** Alle violetten Zahlen werden also nicht gezählt!!!(weil sie als doppelt nur 1mal gezählt werden!)

$kgV(12,30) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$  Das kleinste gemeinsame Vielfache von 12 und 30 ist also 60.

*Das kleinste gemeinsame Vielfache ist das Produkt aller gemeinsamen Primfaktoren und einem gewissen Rest dazu: „Alle Zahlen, die doppelt vorkommen=alle Primfaktoren in der Zerlegung, werden nur 1mal multipliziert angeschrieben, der Rest, der übrig bleibt, wird auch mitgezählt (selbst wenn er nicht doppelt vorkommt)“*

**Musterbeispiel Nr.002:****kgV (30,40)=?****Gesucht ist kgV (30,40)..**Wir zerlegen 30 und 40 in Primfaktoren.

30	<b>2</b>	40	<b>2</b>
15	<b>3</b>	20	<b>2</b>
5	<b>5</b>	10	<b>2</b>
1		5	<b>5</b>
1		1	

Oben: Wir vergleichen jeweils die beiden rechten roten Spalten (also die Divisoren) in beiden Zerlegungen links und rechts.

1.Schritt : wir beginnen mit dem ersten roten 2er in der linken Zerlegung. Er kommt doppelt, also auch in der rechten Spalte vor. Wir markieren ihn oder umkreisen ihn .Hier markieren wir ihn **grün**. (siehe unten) In der rechten Spalte wird er abgehakt. Hier markieren wir ihn **violett**. Der 2er wird nur einmal gezählt.

30	<b>2</b>	40	<b>2</b>
15	<b>3</b>	20	<b>2</b>
5	<b>5</b>	10	<b>2</b>
1		5	<b>5</b>
		1	

2.Schritt Der nächste 3er kommt nirgendwo mehr vor. Wir lassen ihn nicht markiert/nicht umkreist stehen. Oben markieren wir ihn **hellblau**.

3.Schritt : Nun kommen wir zum 5-er.Der 5er kommt doppelt, also auch in der rechten Spalte vor. Wir markieren ihn oder umkreisen ihn .Hier markieren wir ihn **grün**. In der rechten Spalte wird er abgehakt. Hier markieren wir ihn **violett**. Der 5er wird nur 1mal gezählt.

Alle violetten Zahlen werden also nicht gezählt!!!(weil sie als doppelt nur 1mal gezählt werden!)

**Übrig bleibt nun der 3-er in der linken Zerlegung und zwei 2-er rechts.(orange und rot)**

Bilden wir das Produkt aus diesen doppelten nur 1mal gezählten und übrig gebliebenen grünen Zahlen ,so erhalten wir die Faktoren des kgV

$$kgV(30,40) = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$$