

Mathe Leuchtturm

Übungsleuchtturm **009-1**

=Übungskapitel

Rationale Zahlen –Die Menge Q- die Brüche

Bruchrechnung

Auffrischen der Begriffe aus der 1.und 2.Klasse

Wiederholung der „Grundtechniken“ der Bruchrechnung

Erforderlicher Wissensstand (->Stoffübersicht im Detail siehe auch Wissensleuchtturm der UE-und 3.Kl.)

Anwenden der Vorkenntnisse: Kürzen, Erweitern

Umschreiben einer gemischten Zahl auf einen unechten Bruch und umgekehrt

Ziel dieses Kapitels (dieses Übungsleuchtturms) ist:

Wiederholen und Auffrischen der Bruchgrundkenntnisse

Lösungen findest du ab Seite 22

Du findest in diesem Übungsleuchtturm viele Erklärungen und Musterbeispiele direkt im (Angaben-)Text!

Bemerkung: „Stillschweigend“ hast du bereits in der 1.und 2.Klasse bereits in der Menge Q mit der Bruchrechnung gerechnet! Exakt in der Menge der **positiven rationalen Zahlen Q plus**. In der 1.Klasse (oder 2.bei manchen LehrerInnen)scheinst du zu glauben, immer nur dich in der Zahlenmenge der natürlichen Zahlen N zu bewegen...dem ist / war aber nicht so...!!

Und jetzt wird die Menge der rationalen Zahlen, nachdem bereits die Menge Z neu definiert wurde, offiziell eingeführt! Der Grund bei Z und Q diese jetzt offiziell einzuführen ist...das **MINUS!**

Wir wollen, bevor wir die Regeln für das Rechnen mit den 4 Grundrechenoperationen mit Brüchen definieren, unsere Kenntnisse der Bruchrechnung kurz auffrischen:

Für die Grundbegriffe rechnen wir im Folgenden nur in der Menge Q^+ , also mit positiven rationalen Zahlen.

Wichtige Regeln-allgemein:

Ein Bruch besteht aus: $\frac{\text{Zähler}}{\text{Nenner}}$ – \rightarrow Bruchstrich ist ein "Dividiert"-Zeichen

1.) **Kürzen**

Zähler **UND** Nenner **durch dieselbe Zahl** (oder Variable) **dividieren**

Bsp: $\frac{8^8}{16^8} = \frac{1}{2}$

-> wir haben sowohl den **Zähler** (die Zahl ober dem Bruchstrich) als auch den **Nenner** (die Zahl unter dem Bruchstrich) durch 8 –die *größtmögliche* zu dividierende Zahl, sodass in Zähler und Nenner eine ganze Zahl bleibt- dividiert.

Schrittweise: $\frac{8^2}{16^2} = \frac{4^2}{8^2} = \frac{2^2}{4^2} = \frac{1}{2}$

Beim Kürzen wird sowohl Zähler als auch Nenner schief durchgestrichen. Später schreibst du die Zahl, durch die du dividierst, meist nicht mehr dazu.

Wir kürzen immer soweit als möglich!!!!(bis wir also die kleinstmöglichen Zahlen in Zähler und Nenner haben!!)



somewhere over the rainbow...

Musterbeispiel zur Bestimmung des ggT (größten gemeinsamen Teilers) als Wiederholung

(um jene gemeinsame Zahl von Zähler und Nenner zu finden, durch die wir kürzen können.)

Wir wollen $\frac{36}{54}$ kürzen. Wir suchen ggT (36,54) . Wir zerlegen 36 und 54 in Primfaktoren.

36	2	54	2
18	2	27	3
9	3	9	3
3	3	3	3
1		1	

Oben: Wir vergleichen jeweils die beiden rechten roten Spalten (also die Divisoren) in beiden Zerlegungen links und rechts.

1.Schritt : wir beginnen mit dem ersten roten 2er in der linken Zerlegung. Er kommt doppelt, also auch in der rechten Spalte vor. Wir markieren ihn oder umkreisen ihn .Hier markieren wir ihn grün. (siehe unten) In der rechten Spalte wird er abgehakt. Hier markieren wir ihn violett. Der 2er wird nur einmal gezählt.

36	2	54	2
18	2	27	3
9	3	9	3
3	3	3	3
1		1	

2.Schritt : wir gehen weiter in der linken Zerlegung. Der nächste 2er kommt nirgendwo mehr vor. Wir lassen ihn nicht markiert/nicht umkreist stehen. Oben markieren wir ihn hellblau.

3.Schritt : wie schon im 1.Schritt gehen wir bei den beiden 3ern vor. Oben markieren wir die beiden 3er in der linken Zerlegung grün ,die beiden 3er in der rechten Zerlegung wie im 1.Schritt violett.

Übrig bleibt nun (nur)ein 3er in der rechten Spalte der rechten Zerlegung (rot markiert).Er kommt nicht (mehr) doppelt vor ,daher wird er stehen gelassen.

Übrig bleibt nun ein 2-er und zwei 3-er in der linken Zerlegung-rechte Spalte. (grün!!)

Bilden wir das Produkt aus diesen übrig gebliebenen grünen Zahlen, so erhalten wir die Faktoren des ggT.

$$\text{ggT}(36,54) = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2 = 18$$

Der größte gemeinsame Teiler von 36 und 54 ist also, wie bereits mit den Mengen gezeigt, 18!

Der größte gemeinsame Teiler ist das Produkt aller gemeinsamen Primfaktoren.

„Alle Zahlen, die doppelt vorkommen=alle Primfaktoren in der Zerlegung, werden nur 1mal multipliziert angeschrieben.“

Musterbeispiel

Kürze den folgenden Bruch soweit als möglich! möglich (wenn es möglich ist!!) $\frac{80}{88}$

Wende für die Zahl durch die du kürzen kannst, die Bestimmung des ggT an!

Wir versuchen zunächst schrittweise zu kürzen. Dies wird länger dauern als den ggT für die >Kürzzahl zu bestimmen. Der Pfeil zeigt an, durch welche Zahl wir gerade dividiert haben.

$$\frac{80 \rightarrow : 2}{88 \rightarrow : 2} = \frac{40 \rightarrow : 2}{44 \rightarrow : 2} = \frac{20 \rightarrow : 2}{22 \rightarrow : 2} = \frac{10}{11}$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = 8$$

Multiplizieren wir alle 3 Divisoren, erhalten wir

Wir hätten also gleich durch 8 kürzen können. Wir wenden die Teilbarkeitsregel für 8 an.

$$\frac{80 \rightarrow : 8}{88 \rightarrow : 8} = \frac{10}{11}$$

Am sichersten ist es, wenn wir von Zähler und Nenner den ggT bestimmen.

Wir suchen also ggT (80,88). Vermutlich wird es 8 sein.

Wir zerlegen 80 und 88 in Primfaktoren.

80	2	88	2
40	2	44	2
20	2	22	2
10	2	11	11
5	5	1	

$ggT(80,88) = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

Wir erhalten also 8 als größtmögliche Zahl, durch die wir kürzen können.

$$\frac{80 \rightarrow : 8}{88 \rightarrow : 8} = \frac{10}{11} \quad \text{Mit dem ggT haben wir also dieselbe Lösung erhalten.}$$

Musterbeispiel**Kürzen gemischter Zahlen**

$13\frac{87}{228}$ **Kürze** *soweit als möglich wenn möglich*

Bei gemischten Zahlen „lassen wir die ganze Zahl stehen, wie sie ist“ und kürzen „nur“ den Bruch.

$$13\frac{87 \rightarrow : 3}{228 \rightarrow : 3} = 13\frac{29}{76} \quad \text{Stelle dir gemischte Zahlen so vor:}$$

$$13\frac{87}{228} = 13 + \frac{87 \rightarrow : 3}{228 \rightarrow : 3} = 13 + \frac{29}{76} = 13\frac{29}{76}$$

Versuchen wir nun wieder die Kürzzahl mit dem ggT zu finden:

87	3	228	2
29	29	114	2
1	1	57	3
1		19	19
		1	

$$\text{ggT}(87, 228) = 3$$

Wir erhalten also 3 als größtmögliche Zahl, durch die wir kürzen können. $13\frac{87 \rightarrow : 3}{228 \rightarrow : 3} = 13\frac{29}{76}$

Der 13-er bleibt stehen.

Als Probe könnten wir die gemischte Zahl in einen unechten Bruch verwandeln, (siehe Umwandeln: unechter Bruch → gemischte Zahl) dann kürzen und schließlich wieder den „neuen Bruch“ in eine gemischte Zahl umwandeln.

$$13\frac{87}{228} = \frac{3051 \rightarrow : 3}{228 \rightarrow : 3} = \frac{1017}{76} = 13\frac{29}{76}$$

2.) Erweitern

Zähler **UND** Nenner **mit derselben Zahl** (oder Variablen) **multiplizieren**

$$\text{Bsp: } \frac{3 \cdot 8}{8 \cdot 8} = \frac{24}{64}$$

wir haben sowohl den **Zähler** (die Zahl ober dem Bruchstrich) als auch den **Nenner** (die Zahl unter dem Bruchstrich) mit 8 multipliziert.

*Die Zahl mit der erweitert wird, ist meist beliebig, hängt aber oft davon ab, wie diese beim **Bringen auf einen gemeinsamen Nenner** lauten soll.*

Manchmal ist auch der Nenner angegeben (oder der Zähler), auf den der Bruch gebracht werden soll.

Probe, ob richtig erweitert wurde:

$$\text{Wir kürzen: } \frac{24 \rightarrow :8}{64 \rightarrow :8} = \frac{3}{8}$$

Wir haben wieder die Ausgangszahlen in Nenner und Zähler erhalten, also jenen Bruch, mit dem wir „gestartet sind“

Kürzen ist also die Umkehr (das Gegenteil) des Erweiterns, Erweitern jene des Kürzens.

Unechter Bruch: der Zähler ist größer als der Nenner

$$\text{Bsp: } \frac{93}{8}, \frac{7}{4} \quad \text{kann stets als **gemischte Zahl** geschrieben werden!} \quad \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$$

der Zähler ist kleiner als der Nenner

Echter Bruch:

$$\text{Bsp: } \frac{93}{94}, \frac{3}{4}$$

Erweitern gemischter Zahlen**Muster-Ü**

1.) Erweitere den Bruch *mit der angegebenen Zahl*.

Führe 2.) erst durch, wenn du 1.) fertig hast

2.) Kürze eventuell gleich den Bruch in der Angabe. (wenn möglich)

$$15\frac{38}{156} \text{ mit } 19$$

1.)

Es wird nur **der Bruch selbst** in der gemischten Zahl mit 19 erweitert, nicht aber die ganze Zahl!!!

$$15\frac{38 \rightarrow \cdot 19}{156 \rightarrow \cdot 19} = 15\frac{722}{2964}$$

2.) wir kürzen gleich in der Angabe:

$$15\frac{38 \rightarrow : 2}{156 \rightarrow : 2} = 15\frac{19}{78}$$

Umwandeln: unechter Bruch → gemischte Zahl:

Zähler durch Nenner dividieren, das Ergebnis = Ganze Zahl der gemischten neuen Zahl

Rest = Zähler des Bruchs der gem. Zahl → mit dem gleichen Nenner neben dem(n) Ganzen anschreiben

Beispiel 1: $\frac{13}{8} \rightarrow 13 : 8 = 1 \quad 5 \text{ Rest} \rightarrow 1\frac{5}{8}$ **anders notiert** $\frac{13}{8} = 1\frac{5}{8}$

Beispiel 2: $\frac{98}{12} \rightarrow 98 : 12 = 8 \quad 2 \text{ Rest} \rightarrow 8\frac{2}{12} \rightarrow \text{kürzen!} = 8\frac{1}{6}$

anders notiert $\frac{98}{12} = 8\frac{1}{6}$

Umwandeln: gemischte Zahl → unechter Bruch:

Formel: (Ganze Zahl mal Nenner) + Zähler → ergibt den neuen Zähler des unechten Bruchs

Der Nenner des Bruchs bleibt dann gleich im Ergebnis

Beispiel 1: $14\frac{9}{13} \rightarrow (14 \cdot 13) + 9 \rightarrow \frac{191}{13}$ **anders notiert:** $14\frac{9}{13} = \frac{14 \cdot 13 + 9}{13} = \frac{191}{13}$

Beispiel 2: $33\frac{4}{5} \rightarrow (33 \cdot 5) + 4 \rightarrow \frac{169}{5}$ **anders notiert:** $33\frac{4}{5} = \frac{33 \cdot 5 + 4}{5} = \frac{169}{5}$

Musterbeispiel zur Bestimmung des kgV (kleinsten gemeinsamen Vielfachen) als Wiederholung

(um jene gemeinsame Zahl im Nenner beim Erweitern zu finden, die unser **gemeinsamer Nenner** bei der Addition und Subtraktion von 2 oder mehreren Brüchen ist.)

Bsp: Bestimme das kgV von 30 und 40 $\text{kgV}(30,40)$

Wir zerlegen 30 und 40 in Primfaktoren.

30	2	40	2
15	3	20	2
5	5	10	2
1		5	5
1		1	

Oben: Wir vergleichen jeweils die beiden rechten roten Spalten (also die Divisoren) in beiden Zerlegungen links und rechts.

1.Schritt : wir beginnen mit dem ersten roten 2er in der linken Zerlegung. Er kommt doppelt, also auch in der rechten Spalte vor. Wir markieren ihn oder umkreisen ihn .Hier markieren wir ihn **grün**. (siehe unten) In der rechten Spalte wird er abgehakt. Hier markieren wir ihn **violett**. Der 2er wird nur einmal gezählt.

30	2	40	2
15	3	20	2
5	5	10	2
1		5	5
		1	

2.Schritt Der nächste 3er kommt nirgendwo mehr vor. Wir lassen ihn nicht markiert/nicht umkreist stehen. Oben markieren wir ihn **hellblau**.

3.Schritt : Nun kommen wir zum 5-er.Der 5er kommt doppelt, also auch in der rechten Spalte vor. Wir markieren ihn oder umkreisen ihn .Hier markieren wir ihn **grün**. In der rechten Spalte wird er abgehakt. Hier markieren wir ihn **violett**. Der 5er wird nur 1mal gezählt.

Alle violetten Zahlen werden also nicht gezählt!!!(weil sie als doppelt nur 1mal gezählt werden!)

Übrig bleibt nun der 3-er in der linken Zerlegung und zwei 2-er rechts.(orange und rot)

Bilden wir das Produkt aus diesen doppelten nur 1mal gezählten und übrig gebliebenen grünen Zahlen, so erhalten wir die Faktoren des kgV

$$\text{kgV}(30,40) = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$$

Das kleinste gemeinsame Vielfache ist das Produkt aller gemeinsamen Primfaktoren und einem gewissen Rest dazu: „Alle Zahlen, die doppelt vorkommen=alle Primfaktoren in der Zerlegung, werden nur 1mal multipliziert angeschrieben, der Rest, der übrig bleibt, wird auch mitgezählt (selbst wenn er nicht doppelt vorkommt)“

Aufgaben zur Festigung des Umwandelns eines unechten Bruchs in eine gemischte Zahl und umgekehrt (mit Kürzen)

Ü1 Schreibe anders wenn möglich, das heißt, bringe den unechten Bruch auf eine **gemischte Zahl**. (wenn es möglich ist!)

Schreibe das Ergebnis auch als Dezimalzahl (3 Stellen) an!!!

Kürze im Ergebnis soweit als möglich, indem du den ggT bestimmst!

- 1.) $\frac{147}{131}$ 2.) $\frac{109}{9}$ 3.) $\frac{3697}{3698}$ 4.) $\frac{3698}{3697}$ 5.) $\frac{45}{14}$ 6.) $\frac{403}{23}$ 7.) $\frac{8765}{8766}$ 8.) $\frac{2457}{4}$
- 9.) $\frac{765481}{2}$ 10.) $\frac{27}{23}$ 11.) $\frac{132234}{132235}$ 12.) $\frac{233}{8}$ 13.) $\frac{76}{10}$ 14.) $\frac{87654}{19}$ 15.) $\frac{326}{7}$ 16.) $\frac{3745}{3746}$
- 17.) $\frac{2013}{2009}$ 18.) $\frac{64}{5}$ 19.) $\frac{227}{31}$ 20.) $\frac{40865}{4}$ 21.) $\frac{397}{14}$ 22.) $\frac{65}{25}$ 23.) $\frac{324}{81}$
- 24.) $\frac{30618}{33}$ 25.) $\frac{3104}{24}$ 26.) $\frac{4444}{44}$ 27.) $\frac{6903}{72}$ 28.) $\frac{3390}{22}$ 29.) $\frac{345004}{52}$ 30.) $\frac{873}{9}$

Ü2 Schreibe anders, das heißt, bringe die gemischte Zahl auf einen **unechten Bruch**

(wenn es möglich ist!)

Schreibe das Ergebnis auch als Dezimalzahl (3 Stellen) an!!!

Kürze im Ergebnis soweit als möglich, indem du den ggT bestimmst!

- 1.) $12\frac{14}{15}$ 2.) $1005\frac{7}{8}$ 3.) $202\frac{13}{14}$ 4.) $4\frac{42}{77}$ 5.) $31\frac{3}{4}$ 6.) $24\frac{13}{78}$ 7.) $909\frac{3}{9}$ 8.) $5\frac{36}{2655}$
- 9.) $36\frac{6}{8}$ 10.) $901\frac{7}{8}$ 11.)* $31\frac{29}{4}$ 12.) $421\frac{13}{26}$ 13.) $74\frac{34}{68}$ 14.) $2\frac{3}{5}$ 15.) $3\frac{196}{247}$ 16.) $7\frac{5}{105}$
- 17.) $20\frac{6}{3480}$ 18.) $8\frac{5}{125}$ 19.) $11\frac{7}{91}$ 20.) $43\frac{38}{233}$ 21.) $298\frac{3}{10}$ 22.) $48\frac{7}{18}$ 23.) $7\frac{384}{2988}$

Chill jetzt einmal voll durch mit Üben von Grundaufgaben zur Bruchrechnung:**Kürzen durch Zahlen****Musterbeispiel zu Ü001**

Kürze den folgenden Bruch soweit als möglich! möglich (wenn es möglich ist!!) $\frac{40}{44}$

Wende für die Zahl durch die du kürzen kannst, die Bestimmung des ggT an!

Wir versuchen zunächst schrittweise zu kürzen. Dies wird länger dauern als den ggT für die >Kürzzahl zu bestimmen. Der Pfeil zeigt an, durch welche Zahl wir gerade dividiert haben.

$$\frac{40 \rightarrow : 2}{44 \rightarrow : 2} = \frac{20 \rightarrow : 2}{22 \rightarrow : 2} = \frac{10}{11}$$

$$2 \cdot 2 = 2^2 = 4$$

Multiplizieren wir alle 3 Divisoren, erhalten wir

Wir hätten also gleich durch 4 kürzen können. Wir wenden die Teilbarkeitsregel für 4 an.

$$\frac{20 \rightarrow : 4}{44 \rightarrow : 4} = \frac{5}{11}$$

Am sichersten ist es, wenn wir von Zähler und Nenner den ggT bestimmen.

Wir suchen also ggT (20,44). Vermutlich wird es 4 sein.

Wir zerlegen 20 und 44 in Primfaktoren.

20	2	44	2
10	2	22	2
5	5	11	11
		1	

$$\text{ggT}(20,44) = 2 \cdot 2 = 4$$

Wir erhalten also 4 als größtmögliche Zahl, durch die wir kürzen können.

$$\frac{20 \rightarrow : 4}{44 \rightarrow : 4} = \frac{5}{11}$$

Mit dem ggT haben wir also dieselbe Lösung erhalten.

Ü001 Kürze die folgenden Brüche soweit als möglich! (wenn es möglich ist!!)

Wende für die Zahl durch die du kürzen kannst, die Bestimmung des ggT an!

a) $\frac{34}{77} =$ b) $\frac{76}{196} =$ c) $\frac{66}{112} =$ d) $\frac{27}{81} =$ e) $\frac{314}{84} =$ *andere Schreibweise??*

f) $\frac{155}{320} =$ g) $\frac{285}{855} =$ h) $\frac{97}{194} =$ i) $\frac{352}{556} =$

Tip: Bestimme stets den **ggT** (größten gemeinsamen Teiler), um die Kürzungszahl zu finden & soweit als möglich zu kürzen!!!

Erweitern mit Zahlen**Musterbeispiel zu Ü002**

1.) Erweitere den Bruch *mit der angegebenen Zahl*.

Führe 2.) und 3.) erst durch, wenn du 1.) fertig hast

2.) Kürze eventuell gleich den Bruch in der Angabe. (wenn möglich)

3.) Wandle den Bruch aus 2.) dann-wenn möglich- in eine gemischte Zahl um!!!

$$\frac{3453}{693} \text{ mit } 91$$

1.) Erweitern bedeutet, Zähler und Nenner mit **derselben Zahl, hier 91**, zu multiplizieren.

$$\frac{3453 \rightarrow \cdot 91}{693 \rightarrow \cdot 91} = \frac{314223}{63063}$$

2.) wir kürzen gleich in der Angabe:

$$\frac{3453 \rightarrow : 3}{693 \rightarrow : 3} = \frac{1151}{231}$$

3.) wir wandeln noch in eine gemischte Zahl um: $\frac{1151}{231} = 4 \frac{227}{231}$

Erweitern mit Zahlen

Ü002 1.) Erweitere die Brüche jeweils *mit der angegebenen Zahl*.

Führe 2.) und 3.) erst durch, wenn du 1.) fertig hast

2.) Kürze eventuell gleich den Bruch in der Angabe. (wenn möglich)

Falls du nicht kürzen kannst, begründe, weshalb!

3.) Wandle den Bruch aus 2.) dann-wenn möglich- in eine gemischte Zahl um!!!

a) $\frac{5}{99}$ mit 33 b) $\frac{28}{29}$ mit 727 c) $\frac{19}{26}$ mit 31087 d) $\frac{77}{88}$ mit 999

Musterbeispiel zu Ü003

1.) Erweitere den Bruch so, dass du **Nenner oder Zähler mit der richtigen Zahl ergänzt**.

Führe 2.) und 3.) erst durch, wenn du 1.) fertig hast!

2.) Kürze eventuell gleich den Bruch in der Angabe. (wenn möglich)

3.) Wandle den Bruch aus 2.) dann-wenn möglich- in eine gemischte Zahl um!!!

$$\frac{37}{64} = \frac{?}{3520}$$

1.) Um jene Zahl zu finden, mit der der Nenner erweitert wurde, müssen wir den Nenner durch den angegebenen Nenner dividieren.

$$3520:64=55$$

Also: $64 \cdot 55 = 3520$

Auch der Zähler muss mit 55 multipliziert werden, weil Erweitern bedeutet ja, Zähler und Nenner mit derselben Zahl zu multiplizieren.

$$37 \cdot 55 = 2035$$

Wir ergänzen also den Zähler

$$\frac{37}{64} = \frac{2035}{3520}$$

2.) und 3.) nicht möglich.

Ü003 1.) Erweitere den Bruch jeweils *auf den angegebenen Nenner*.

Führe 2.) erst durch, wenn du 1.) fertig hast!

2.) Kürze eventuell gleich den Bruch in der Angabe. (wenn möglich)

Falls du nicht kürzen kannst, begründe, weshalb!

a) $\frac{37}{65} = \frac{?}{4485}$ b) $\frac{29}{36} = \frac{?}{2052}$ c) $\frac{73}{74} = \frac{?}{2886}$ d) $\frac{7}{11} = \frac{?}{14641}$

Mit Variablen wird genauso gekürzt und erweitert wie mit Zahlen.

Gleiche Variable=Buchstaben, die im Zähler und Nenner vorkommen, werden weggestrichen und gekürzt. Dazu können in Zähler oder Nenner extra noch Zahlen vorkommen.

Kürzen durch Variable(n)**Musterbeispiel:**

Kürze $\frac{393 h z i c}{780 z g h}$ soweit als möglich!

Beachte: $\frac{393 h z i c}{780 z g h} = \frac{393 \cdot h \cdot z \cdot i \cdot c}{780 \cdot z \cdot g \cdot h}$ die Multiplikationszeichen müssen nicht gesetzt werden

Zunächst kürzen wir die Buchstaben=Variablen:

h und z kommen sowohl im Zähler als auch im Nenner vor!

Wir kürzen durch h und z. h und z fallen in Zähler und Nenner weg.

Im Zähler bleiben i und c.

Im Nenner bleibt ein g erhalten.

$$\frac{393 h z i c}{780 z g h} = \frac{393 i c}{780 g}$$

Erst dann im 2.Schritt kürzen wir die Zahlen.

Wir kürzen 393 gegen 780, also kürzen wir durch 3 (Bestimmen der Ziffernsumme nach den Teilbarkeitsregeln!). Am besten bestimmen wir wieder ggT (393,780)

$$\frac{393 h z i c}{780 z g h} = \frac{393 i c}{780 g} = \frac{131 i c}{260 g}$$

Ü004

Kürze die folgenden Brüche soweit als möglich! (wenn es möglich ist!!)**Wende für die Zahl durch die du kürzen kannst, die Bestimmung des ggT an!**

$$\text{a) } \frac{18g}{54g} \quad \text{b) } \frac{93cl}{31c} \quad \text{c) } \frac{35fhi}{140fi} \quad \text{d) } \frac{64stu}{32tu} \quad \text{e) } \frac{13sy}{26ys} \quad \text{f) } \frac{76xfr}{34frxwj} \quad \text{g) } \frac{222nonp}{111on}$$

$$\text{h) } \frac{18zxvzx}{36zazx} \quad \text{i) } \frac{31ndzd}{67ndyd} \quad \text{j) } \frac{34 \cdot 55levw}{26 \cdot 25lrwz}$$

Erweitern mit Variable(n)**Musterbeispiel:**

Erweitere den Bruch *mit der(n) angegebenen Variablen*, **ordne** die Variablen

Kürze *soweit als möglich (wo und falls sinnvoll!)*

$$\frac{15 \text{ doublew}}{69 \text{ whopper}} \text{ mit } 21 \text{ wp}$$

Zunächst ist es sinnvoll, die Zahlen und Variable im Bruch der Angabe zu kürzen

$$\frac{15 \text{ doublew}}{69 \text{ whopper}} = \frac{5 \text{ dubl}}{23 \text{ hppr}}$$

Wir erweitern, multiplizieren also Zähler und Nenner mit 21 wp

$$\frac{5 \text{ dubl}}{23 \text{ hppr}} \cdot \frac{21 \text{ wp}}{21 \text{ wp}} = \frac{5 \cdot 21 \text{ dublwp}}{23 \cdot 21 \text{ hpprwp}}$$

Jetzt zu kürzen ist sinnlos, da wir ja gerade erweitert haben und dasselbe ja dann wie zuerst dastehen würde.

Nun multiplizieren wir die Zahlen aus und ordnen. Wir erhalten das Endergebnis

$$\frac{5 \cdot 21 \text{ dublwp}}{23 \cdot 21 \text{ hpprwp}} = \frac{105 \text{ bdlpuw}}{483 \text{ hppprw}}$$

Ü005

Erweitere den Bruch *mit der(n) angegebenen Zahlen und Variablen*, **ordne** die Variablen

Kürze soweit als möglich (wo und falls sinnvoll!)(gleich in der Angabe...)

a) $\frac{66eg}{31ij}$ mit f b) $\frac{19tu}{38u}$ mit s c) $\frac{52sy}{26stuv}$ mit 13 r d) $\frac{7vyw}{64sj}$ mit 8 w

e) $\frac{25mn}{31l}$ mit $4 \cdot l$ f) $\frac{34pq}{38nor}$ mit 5 n o g) $\frac{52zfg}{16xzy}$ mit 13 x y z

h) $\frac{3def}{8stu}$ mit 19 a b c

Lösungen

Übungsleuchtturm 009-1

Aufgaben zur Festigung des Umwandelns eines unechten Bruchs in eine gemischte Zahl und umgekehrt

(mit Kürzen)

Ü1 1.) $1\frac{16}{131}$ 1.1221374045802 2.) $12\frac{1}{9}$ 12.11111111111111 3.) <1 nicht möglich

4.) $1\frac{1}{3697}$ 1.0002704895862 5.) $3\frac{3}{14}$ 3.2142857142857 6.) $17\frac{12}{23}$ 17.521739130435

7.) <1 nicht möglich 8.) $614\frac{1}{4}$ 614.25 9.) $382740\frac{1}{2}$ 382740,5

10.) $1\frac{4}{23}$ 1.1739130434783 11.) <1 nicht möglich

12.) $29\frac{1}{8}$ 29,125 13.) $7\frac{6}{10}$ 7,6 14.) $4613\frac{7}{19}$ 4613.3684210526

15.) $46\frac{4}{7}$ 46.571428571429 16.) <1 nicht möglich 17.) $1\frac{4}{2009}$ 1.0019910403186

18.) $12\frac{4}{5}$ 12,8 19.) $7\frac{10}{31}$ 7.3225806451613 20.) $10216\frac{1}{4}$ 10216,25

21.) $28\frac{5}{14}$ 28.357142857143 22.) $2\frac{3}{5}$ 2,6 23.) 4

24.) $927\frac{27}{33}$ gekürzt $927\frac{9}{11}$ 927.81818181818

25.) $129\frac{8}{24}$ gekürzt $129\frac{1}{3}$ 129.33333333333 26.) 101

27.) $95\frac{63}{72}$ gekürzt $95\frac{7}{8}$ 95.875 28.) $154\frac{2}{22}$ gekürzt $154\frac{1}{11}$ 154.09090909091

29.) $6634\frac{36}{52}$ gekürzt $6634\frac{9}{13}$ 6634.6923076923 30.) $96\frac{8}{9}$ 96.888888888889

Ü2

$$1.) \frac{194}{15} 12.933333333333 \quad 2.) \frac{8047}{8} 1005.875000 \quad 3.) \frac{2841}{14} 202.92857142857$$

$$4.) \frac{350}{77} \text{ gekürzt } \frac{50}{11} 4.5454545454545 \quad 5.) \frac{127}{4} 127,25$$

$$6.) \frac{1885}{78} \text{ gekürzt } \frac{145}{6} 24.166666666667 \quad 7.) \frac{8184}{9} \text{ gekürzt } \frac{2728}{3} 909.333333333333$$

$$8.) \frac{13311}{2655} \text{ gekürzt } \frac{1479}{295} 5.0135593220339 \quad 9.) \frac{294}{8} \text{ gekürzt } \frac{147}{4} 36,75$$

$$10.) \frac{7215}{8} 901,875 \quad 11.) \frac{153}{4} 38,25 \quad 12.) \frac{10949}{26} \text{ gekürzt } \frac{843}{2} 421.5$$

$$13.) \frac{5066}{68} \text{ gekürzt } \frac{149}{2} 74,5 \quad 14.) \frac{13}{5} 2,6 \quad 15.) \frac{937}{247} 3,793$$

$$16.) \frac{740}{105} \text{ gekürzt } \frac{148}{21} 7.047619047619$$

$$17.) \frac{69606}{3480} \text{ gekürzt } \frac{11601}{580} 20.001724137931 \quad 18.) \frac{1005}{125} \text{ gekürzt } \frac{201}{25} 8,04$$

$$19.) \frac{1008}{91} \text{ gekürzt } \frac{144}{13} 11.076923076923 \quad 20.) \frac{10057}{233} 43.163090128755$$

$$21.) \frac{2983}{10} 298,3 \quad 22.) \frac{871}{18} 48.388888888889$$

$$23.) \frac{21300}{2988} \text{ gekürzt } \text{zunächst durch 2, dann 6!!} \frac{1775}{249} 7.1285140562249$$

Grundaufgaben zur Bruchrechnung

Kürzen und Erweitern von Zahlen

Ü001.) a) ggT=1 nicht kürzbar b) ggT= 4 >>: 4 kürzen = $\frac{19}{49}$ c) ggT= 2 >> $\frac{33}{56}$

d) ggT=27 >> $\frac{1}{3}$ e) ggT=2 >> $\frac{157}{42} = 3\frac{31}{42}$ f) ggT=5 >> $\frac{31}{64}$

g) ggT= 285 >>> $\frac{1}{3}$ h) ggT= 97>>> $\frac{1}{2}$ i) ggT= 4 >>> $\frac{88}{139}$

Ü002 a) $\frac{165}{3267}$ b) $\frac{20356}{21083}$ c) $\frac{590653}{808262}$ d) $\frac{76923}{87912} = \frac{7}{8}$

Brüche in a) bis c) nicht kürzbar, da weder in Zähler noch Nenner derselbe Teiler steckt!!!

Alle Brüche sind echte Brüche (der Zähler ist kleiner als der Nenner), daher keine gemischte Zahl möglich!

Ü003 a) $\frac{2553}{4485}$ denn $4485:65=69$ $37 \cdot 69 = 2553$!!!! b) $\frac{1653}{2052}$ Zähler mit 57 erweitern!!

c) $\frac{2847}{2886}$ Zähler mit 39 erweitern!! d) $\frac{9317}{14641}$ Zähler mit 1331 erweitern!!

Brüche nicht kürzbar, da weder in Zähler noch Nenner derselbe Teiler steckt!!!

Kürzen und Erweitern von Variablen

Ü004 a) $\frac{1}{3}$ b) $3l$ c) $\frac{h}{4}$ d) $2s$ e) $\frac{1}{2}$ f) $\frac{38}{17jw}$ g) $2np$ h) $\frac{vx}{2a}$

i) $\frac{31z}{67y}$ j) $\frac{187ev}{65rz}$

Ü005 a) $\frac{66efg}{31fij}$ b) $\frac{19stu}{38su} = \frac{t}{2}$ c) $\frac{42 \cdot 13rsy}{26 \cdot 13rstuv} = \frac{21y}{13tuv}$ d) $\frac{8 \cdot 7vyww}{8 \cdot 64jsw}$ e) $\frac{4 \cdot 25lmn}{4 \cdot 31ll}$

f) $\frac{5 \cdot 34nopq}{5 \cdot 38nnoor}$ g) $\frac{13 \cdot 52fgxyz z}{13 \cdot 16xx y y z z}$ h) $\frac{3 \cdot 19abcdef}{8 \cdot 19abcstu}$