Mathe Leuchtturm

Übungsleuchtturm **020**

=Übungskapitel 3.&UE klasse

Multiplizieren von Binomen

und mehrgliedrigen Termen

Erforderlicher Wissensstand *(->Stoffübersicht im Detail und know -how-Theorie ->siehe auch* ***Wissensleuchtturm*** *der UE-und 3.Kl.)*

Kenntnis des Begriffs der Potenz

Ordnen und Zusammenfassen von Grundpotenzen (Multiplikation von Variablen oder Zahlen, die zu Potenzen führen)

Zusammenfassen einer Addition oder Subtraktion von Potenzen (mit gemischten Gliedern)

Regeln für das Multiplizieren und Dividieren von Potenzen gleicher Basis

Regel für das Ausmultiplizieren zweier Binome- „Produktklammern"(2 Arten)->"jedes Glied mit jedem"

Ziel dieses Kapitels (dieses Übungsleuchtturms) ist:

Training für *das Ausmultiplizieren zweier Binome- „Produktklammern"(2 Arten)->Merkregel:"jedes Glied mit jedem"->mit Vorbemerkungen zu den Binomischen Formeln*

Alle Formeln, Erklärungen und Musterbeispiele (ab S9) zu diesem Übungsleuchtturm findest du wie gewohnt hier im Lösungsteil (ab S6)!! Die entsprechende Musterbeispielnummer ist bei den Beispielen angemerkt.

Lösungen findest du ab Seite 6

Beachte den Theorieteil (Wissen) mit Musterbeispielen ab Seite 9!

Multiplizieren von Binomen und mehrgliedrigen Termen

Teil 1

Elzbieta Sony ist trotz noch fehlender Mathe-Hausübung auf die Donauinsel baden gegangen.

Mit ihrem Notebook am Ufer hat sie in Anblick einiger junger Surfspezialisten aus der Klasse 47e völlig unkonzentriert die Angaben in TI Nspire eingegeben. Kannst du ihr ausnahmsweise helfen, einem Minuseintrag der Mathelehrerin zu vermeiden?

Korrigiere die folgenden Ergebnisse des Ausmultiplizierens der Produkte (wo erforderlich) zweier Binome und gib die richtige Lösung an!

Ü1 $(31a-14d)\cdot(29a-17d)=899a^2-933ad+238d^2$

Ü2 $(11f-27g)\cdot(17g+22f)=242f^2+407f-459g^2$

Ü3 $(11f^2-27g)\cdot(17g+22f^2)=242f^4-407f\ \ g^2-459g^2$

Ü4 $(11f\ \ -27g^2)\cdot(17g^2+22f^2)=242f^3+604f^2g\ \ -187fg^2-459g^2$

Ü5 $(21w^5+6u^4)\cdot(7w^3-14u^2)=-84u^6+42u^4w^3-294u^2w^5+147w^8$

Ü6 $(9c^4-8e^3)\cdot(16c^3+8e^5)=144c^{12}+72c^4e^5-108c^3e\ \ -64e^8$

Ü7 $\left(c^4+48\right)\cdot\left(16c^3+8e^5\right)=16c^7+8c^4e^5+768c^3+344e^5$

Ü8 $\left(9c\;\;-8e^2\right)\cdot\left(16c^4+e^5\right)=144c^5-128c^4e^2+9ce^5+8e^{10}$

Ü9 $\left(-7w^2-3w+8\right)\left(-4vw+3vw^2\;\;\right)=-21vw^4+19vw^3+36vw^2-32vw$

Teil 2

Elzbieta Sony hat ihr Hausübungsheft zu nahe am Wasser hingelegt und eine kräftige Welle der Surfspezialisten hat einige Tropfen auf ihren Rechnungen hinterlassen.

Gesucht war jeweils eine andere Darstellung der Multiplikation zweier Binome –diese sind völlig zerronnen und fehlen alle-und das anschließende Ausmultiplizieren zur Vereinfachung .Hier haben die Tropfen einige Zeichen und Zahlen zerstört.

Schreibe "anders" ,vereinfache ausmultiplizierend!

Beachte und halte fest: (vor allem für einen späteren Übungsleuchtturm), dass bis auf Ü13,Ü14,Ü19 und Ü20 hier **alle Angaben die Multiplikation zweier gleicher Binome** (also 2 gleiche Klammern, die denselben Term (Binom) beinhalten) aufweisen!

Notiere dir auch: Die beiden Binome in Ü13, Ü14, Ü19 und Ü20 unterscheiden sich nur in ***ihrem mittlerem Rechenzeichen***.(einmal Minus, einmal Plus)

Schaue dir den Typ der Lösung sowie das Auftreten der Glieder und deren Beschaffenheit an! was bemerkst du?

Ü10 $(31a-14d)\cdot(31a-14d)=$ $\qquad =961a \quad -868ad+196d$

Ü11 $(11f-27g)\cdot(11f-27g)=$ $\qquad 121f^2-594f+729g^2$

Ü12 $(29a+17d)\cdot(29a+17d)=$ $\qquad a^2+289d^2$

Ü13 $(29a+17d)\cdot(29a-17d)=$

Ü14 $(31a-14d)\cdot(31a+14d)=$

Ü15 $(11f^2 - 27g)\cdot(11f^2 - 27g) =$ $\qquad = 121f \quad - 594f^2g + \quad g^2$

Ü16 $(21w^5 + 6u^4)\cdot(21w^5 + 6u^4) =$ $\qquad = 36 + \quad u^4w^5 + 441$

Ü17 $(9c^4 - 8e^3)\cdot(9c^4 - 8e^3) =$ $\qquad = 81c - 144 \qquad 64e^6$

Ü18 $(9c^4 + 8e^3)\cdot(9c^4 + 8e^3) =$ $\qquad 81c^8 + 144c^4e^3 + 64e^6$

Ü19 $(9v + 13i)\cdot(9v - 13i) =$

Ü20 $(11h^2 - 4j^3)\cdot(11h^2 + 4j^3) =$

Merke:

Statt dem gliedweisen (Aus-)Multiplizieren *können wir später eine andere sehr wichtige Formel angeben und in diese einsetzen, sodass wir* ***dasselbe Ergebnis*** *bekommen- >> die* ***binomischen Formeln!*** *–diese Ü ist also eine „Vorgeschichte"!*

Vergleiche dann die Ergebnisse mit jenen des Übungsleuchtturms über binomische Formeln!

Lösungen

Übungsleuchtturm 020

Teil 1

Elzbieta Sony ist trotz noch fehlender Mathe-Hausübung auf die Donauinsel baden gegangen

Korrigiere die folgenden Ergebnisse des Ausmultiplizierens der Produkte (wo erforderlich) zweier Binome und gib die richtige Lösung an!

Ü1 $(31a-14d)\cdot(29a-17d)=899a^2-933ad+238d^2$

Ü2 $(11f-27g)\cdot(17g+22f)=\boxed{242f^2-407fg-459g^2}$

Ü3 $(11f^2-27g)\cdot(17g+22f^2)=\boxed{242f^4-407f^2g-459g^2}$

Ü4 $(11f-27g^2)\cdot(17g^2+22f^2)=\boxed{242f^3-594f^2g^2-187fg^2-459g^2}$

Ü5 $(21w^5+6u^4)\cdot(7w^3-14u^2)=-84u^6+42u^4w^3-294u^2w^5+147w^8$

Ü6 $(9c^4 - 8e^3) \cdot (16c^3 + 8e^5) = \boxed{144c^7 + 72c^4e^5 - 128c^3e^3 - 64e^8}$

Ü7 $(c^4 + 48) \cdot (16c^3 + 8e^5) = \boxed{16c^7 + 8c^4e^5 + 768c^3 + 384e^5}$

Ü8 $(9c \ - 8e^2) \cdot (16c^4 + e^5) = \boxed{144c^5 - 128c^4e^2 + 9ce^5 - 8e^7}$

Ü9 $(-7w^2 - 3w + 8)(-4vw + 3vw^2 \ ) = -21vw^4 + 19vw^3 + 36vw^2 - 32vw$

Teil 2

Elzbieta Sony hat ihr Hausübungsheft zu nahe am Wasser hingelegt

Schreibe "anders" ,vereinfache ausmultiplizierend!

Ü10 $(31a-14d)\cdot(31a-14d)=\boxed{(31a-14d)^2=961a^2-868ad+196d^2}$

Ü11 $(11f-27g)\cdot(11f-27g)=\boxed{(11f-27g)^2=121f^2-594fg+729g^2}$

Ü12 $(29a+17d)\cdot(29a+17d)=\boxed{(29a+17d)^2=841a^2+986ad+289d^2}$

Ü13 $(29a+17d)\cdot(29a-17d)=\boxed{841a^2-289d^2}$

Ü14 $(31a-14d)\cdot(31a+14d)=\boxed{961a^2-196d^2}$

Ü15 $(11f^2-27g)\cdot(11f^2-27g)=\boxed{(11f^2-27g)^2=121f^4-594f^2g+729g^2}$

Ü16 $(21w^5+6u^4)\cdot((21w^5+6u^4))=\boxed{(21w^5+6u^4)^2=36u^8+252u^4w^5+441w^{10}}$

Ü17 $(9c^4-8e^3)\cdot(9c^4-8e^3)=\boxed{(9c^4-8e^3)^2=81c^8-144c^4e^3+64e^6}$

Ü18 $(9c^4+8e^3)\cdot(9c^4+8e^3)=\boxed{(9c^4+8e^3)^2=81c^8+144c^4e^3+64e^6}$

Ü19 $(9v+13i)\cdot(9v-13i)=\boxed{81v^2-169i^2}$

Ü20 $(11h^2-4j^3)\cdot(11h^2+4j^3)=\boxed{121h^4-169j^6}$

Musterbeispiele

Musterbeispiel Nr.001 **zu Ü2 Teil1**

Berechne (durch Ausmultiplizieren der beiden Binome)

$\left(22u-17y\right)\cdot\left(39y+23u\right)=$

Stelle dir das Produkt als folgende Darstellung vor:

$$\left(\overbrace{22u}^{1}\overbrace{-17y}^{2}\right)\cdot\left(\underbrace{39y}_{3}\underbrace{+23u}_{4}\right)=$$

Merkregel für die 1.Art:

(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 1.Klammer (1) mal

(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 2.Klammer (3) plus

(Vorzeichen mitgenommen) 1. Glied der 1.Klammer (1) mal

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 2.Klammer(4) plus

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 1.Klammer(2) mal

(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 2.Klammer (3) plus

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 1.Klammer(2) mal

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 2.Klammer(4)

$$\boxed{1\bullet3+1\bullet4+2\bullet3+2\bullet4}$$

→

(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 1.Klammer (1) mal $(+)\ 22u\bullet$

(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 2.Klammer (3) plus $(+)\ 39y+$

(Vorzeichen mitgenommen) 1. Glied der 1.Klammer (1) mal $(+)\ 22u\bullet$

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 2.Klammer(4) plus $(+)\ 23u+$

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 1.Klammer(2) mal $(-17y)\bullet$

(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 2.Klammer (3) plus $(+)\ 39y+$

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 1.Klammer(2) mal $(-17y)\bullet$

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 2.Klammer(4) $(+)\ 23u$

Daher lautet die Rechnung:

$(22u-17y)\cdot(39y+23u)=$ ist auszumultiplizieren

nach der **obigen Regel** also

$=22u\cdot 39y+22u\cdot 23u+(-17y)\cdot 39y+(-17y)\cdot 23u=$

Nun kommen wieder die Regeln für Potenzen vor.

$=858uy+506u^2-663y^2-391yu=$

$858uy \quad und\ -391yu$ sind nach dem Vertauschungsgesetz in ihren Variablen gleich, daher können wir diese zusammenfassen!

$858uy-391yu=467uy$

Nun ordnen wir die Quadrate vor.

$\rightarrow = 506u^2-663y^2+467yu$

Wir stellen nun am Ende das Ergebnis in der Form der Anordnung

$\boxed{\textbf{Quadratpotenz(-term)}} \pm \boxed{\textbf{gemischtes Glied}} \pm \boxed{\textbf{Quadratpotenz(-term)}}$ dar

Dies hat einen bestimmten Grund. Näheres folgt in Musterbsp 003.

$$\boxed{(22u-17y)\cdot(39y+23u)=506u^2+467yu-663y^2}$$

Entscheide selbst, welche Art 1oder 2 dir sympathischer ist. Du brauchst dir nur eine zu merken.

Ich führe ab Musterbsp 003 nur mehr <u>die 1.Art aus,</u> da ich diese besser finde.

oder:

Stelle dir das Produkt als folgende Darstellung vor:

$$\left(\overbrace{22u}^{1}\overbrace{-17y}^{2}\right)\cdot\left(\underbrace{39y}_{3}\underbrace{+23u}_{4}\right)=$$

Merkregel für die 2.Art:

Wir zeigen hier im 1.Musterbeispiel 2 Arten für das Multiplizieren von

(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 1.Klammer (1) mal

(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 2.Klammer (3) plus

(Vorzeichen mitgenommen) 2. Glied der 1.Klammer (2) mal

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 2.Klammer(3) plus

(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 1.Klammer(1) mal

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 2.Klammer (4) plus

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 1.Klammer(2) mal

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 2.Klammer(4)

$$\boxed{1\bullet 3+2\bullet 3+1\bullet 4+2\bullet 4}$$

→

(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 1.Klammer (1) mal $(+)\ 22u\bullet$

(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 2.Klammer (3) plus $(+)\ 39y+$

Vorzeichen mitgenommen) 2. Glied der 1.Klammer (2) mal $(-17y)\bullet$

(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 2.Klammer (3) plus $(+)\ 39y+$

(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 1.Klammer (1) mal $(+)\ 22u\bullet$

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 2.Klammer(4)plus $(+)\ 23u+$

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 1.Klammer(2) mal $(-17y)\bullet$

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 2.Klammer(4) $(+)\ 23u$

Daher lautet die Rechnung:

$(22u-17y)\cdot(39y+23u)=$ ist auszumultiplizieren

nach der **obigen Regel** also

$=22u\cdot 39y+(-17y)\cdot 39y+22u\cdot 23u+(-17y)\cdot 23u=$

Nun kommen wieder die Regeln für Potenzen vor.

$=858uy-663y^2+506u^2-391yu=$

$858uy \quad und \ -391yu$ sind nach dem Vertauschungsgesetz in ihren Variablen gleich, daher können wir diese zusammenfassen!

$858uy-391yu=467uy$

Nun ordnen wir die Quadrate vor.

$\rightarrow = 506u^2-663y^2+467yu$

Wir stellen nun am Ende das Ergebnis in der Form der Anordnung

Quadratpotenz(-term) $\pm$ **gemischtes Glied** $\pm$ **Quadratpotenz(-term)** dar

Dies hat einen bestimmten Grund. Näheres folgt in Musterbsp 003.

$$\boxed{(22u-17y)\cdot(39y+23u)=506u^2+467yu-663y^2}$$

Entscheide selbst, welche Art 1oder 2 dir sympathischer ist. Du brauchst dir nur eine zu merken.

Ich führe ab Musterbsp 003 nur mehr <u>die 1.Art aus,</u> da ich diese besser finde.

Musterbeispiel Nr.002 **zu Ü6 Teil1 (höhere Potenzen enthalten)**

Berechne (durch Ausmultiplizieren der beiden Binome)

$$\left(14s^3-9m^4\right)\cdot\left(-17m^5-11s^2\right)=$$

Stelle dir das Produkt als folgende Darstellung vor:

$$\left(\overbrace{14s^3}^{1}\overbrace{-9m^4}^{2}\right)\cdot\left(\underbrace{-17m^5}_{3}\underbrace{-11s^2}_{4}\right)=$$

Merkregel für die leichteste 1.Art:

(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 1.Klammer (1) mal

(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 2.Klammer (3) plus

(Vorzeichen mitgenommen) 1. Glied der 1.Klammer (1) mal

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 2.Klammer(4) plus

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 1.Klammer(2) mal

(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 2.Klammer (3) plus

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 1.Klammer(2) mal

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 2.Klammer(4)

$$\boxed{1\bullet 3+1\bullet 4+2\bullet 3+2\bullet 4}$$

→

(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 1.Klammer (1) mal $(+)\,14s^3\bullet$

(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 2.Klammer (3) plus $-17m^5+$

(Vorzeichen mitgenommen) 1. Glied der 1.Klammer (1) mal $(+)\,14s^3\bullet$

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 2.Klammer(4) plus $-11s^2+$

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 1.Klammer(2) mal $-9m^4\bullet$

(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 2.Klammer (3) plus $-17m^5+$

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 1.Klammer(2) mal $-9m^4\bullet$

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 2.Klammer(4) $-11s^2$

Daher lautet die Rechnung:

$(14s^3 - 9m^4)\cdot(-17m^5 - 11s^2) =$ ist zu ausmultiplizieren

nach der **obigen Regel** also $\boxed{1\bullet 3 + 1\bullet 4 + 2\bullet 3 + 2\bullet 4}$

$= 14s^3 \cdot (-17m^5) + 14s^3 \cdot (-11s^2) + (-9m^4)\cdot(-17m^5) + (-9m^4)\cdot(-11s^2) =$

Nun kommen wieder die Regeln für Potenzen vor.

Beachte:

$14s^3 \cdot (-11s^2) = \rightarrow + \bullet - = - \rightarrow -14 \cdot 11 s^3 \cdot s^2 = -154 s^{3+2} = -154 s^5$

Plus mal Minus ergibt Minus!

$(-9m^4)\cdot(-17m^5) = +9 \cdot 17 m^{4+5} = +153m^9$

Minus mal Minus ergibt plus!!!!!

2 Potenzen **gleicher Basis werden multipliziert**, indem ihre **Hochzahlen addiert** werden!!!!

(siehe Übungsleuchtturm Nr.016- Teil3)

$$\boxed{(14s^3 - 9m^4)\cdot(-17m^5 - 11s^2) = = -238m^5s^3 - 154s^5 + 153m^9 + 99m^4s^2}$$

Es kann nicht mehr weiter vereinfacht werden. WH:

In einer Addition oder Subtraktion müssten in gemischten Gliedern **beide Potenzen in Basis und Hochzahl** gleich sein, um weiter zusammenfassen zu können!!!

Bsp: $-238m^5s^3 - 154s^5 + 153m^9 + 99m^4s^2$

$= -238m^5s^3 + 99m^4s^2$ nicht mehr weiter vereinfachbar; Basen sind zwar gleich ,aber die Hochzahlen nicht.

Würde die Angabe

$-238m^5s^3 - 154s^5 + 153m^9 + 99m^5s^3$ lauten, können folgende 2 Glieder zusammengefasst werden:

$-238m^5s^3 + 99m^5s^3 = (-238+99)m^5s^3 = -139m^5s^3$

Entscheidend ist die Addition oder Subtraktion. Multipliziert kann immer werden!!!!

$-238m^5s^3 + 99m^5s^3 = (-238+99)m^5s^3 = -139m^5s^3$

$-238m^5s^3 - 154s^5 + 153m^9 + 99m^5s^3 - 139m^5s - 154s^5 + 153m^9$

oder:

Stelle dir das Produkt als folgende Darstellung vor:

$$\left(\overbrace{14s^3}^{1}\overbrace{-9m^4}^{2}\right)\cdot\left(\underbrace{-17m^5}_{3}\underbrace{-11s^2}_{4}\right)=$$

Merkregel für die 2.Art:

(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 1.Klammer (1) mal
(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 2.Klammer (3) plus
(Vorzeichen mitgenommen) 2. Glied der 1.Klammer (2) mal
(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 2.Klammer(3) plus
(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 1.Klammer(1) mal
(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 2.Klammer (4) plus
(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 1.Klammer(2) mal
(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 2.Klammer(4)
$\boxed{1\bullet 3+2\bullet 3+1\bullet 4+2\bullet 4}$
→

(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 1.Klammer (1) mal $(+)\,14s^3\ \bullet$

(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 2.Klammer (3) plus $-17m^5\ +$

Vorzeichen mitgenommen) 2. Glied der 1.Klammer (2) mal $-9m^4\ \bullet$

(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 2.Klammer (3) plus $-17m^5\ +$

(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 1.Klammer (1) mal $(+)\,14s^3\ \bullet$

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 2.Klammer(4)plus $-11s^2$

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 1.Klammer(2) mal $-9m^4\ \bullet$

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 2.Klammer(4) $-11s^2$

Daher lautet die Rechnung:

$(14s^3 - 9m^4)\cdot(-17m^5 - 11s^2) =$ ist zu ausmultiplizieren

nach der **obigen Regel** also $\boxed{1 \bullet 3 + 2 \bullet 3 + 1 \bullet 4 + 2 \bullet 4}$

$= 14s^3 \cdot (-17m^5) + (-9m^4)\cdot(-17m^5) + 14s^3 \cdot (-11s^2) + +(-9m^4)\cdot(-11s^2) =$

Nun kommen wieder die Regeln für Potenzen vor.

Beachte:

$14s^3 \cdot (-11s^2) = \rightarrow + \bullet - = - \rightarrow -14 \cdot 11s^3 \cdot s^2 = -154s^{3+2} = -154s^5$

Plus mal Minus ergibt Minus!

$(-9m^4)\cdot(-17m^5) = +9 \cdot 17m^{4+5} = +153m^9$

Minus mal Minus ergibt plus!!!!!

2 Potenzen **gleicher Basis werden multipliziert**, indem ihre **Hochzahlen addiert** werden!!!!

(siehe Übungsleuchtturm Nr.016- Teil3)

$$\boxed{(14s^3 - 9m^4)\cdot(-17m^5 - 11s^2) = = -238m^5s^3 - 154s^5 + 153m^9 + 99m^4s^2}$$

Es kann nicht mehr weiter vereinfacht werden. WH:

In einer Addition oder Subtraktion müssten in gemischten Gliedern **beide Potenzen in Basis und Hochzahl** gleich sein, um weiter zusammenfassen zu können!!!

Bsp: $-238m^5s^3 - 154s^5 + 153m^9 + 99m^4s^2$

$= -238m^5s^3 + 99m^4s^2$ nicht mehr weiter vereinfachbar; Basen sind zwar gleich ,aber die Hochzahlen nicht.

Fortsetzung nächste Seite

Würde die Angabe

$-238m^5s^3 - 154s^5 + 153m^9 + 99m^5s^3$ lauten, können folgende 2 Glieder zusammengefasst werden:

$-238m^5s^3 + 99m^5s^3 = (-238 + 99)m^5s^3 = -139m^5s^3$

Entscheidend ist die Addition oder Subtraktion. Multipliziert kann immer werden!!!!

$-238m^5s^3 + 99m^5s^3 = (-238 + 99)m^5s^3 = -139m^5s^3$

$-238m^5s^3 - 154s^5 + 153m^9 + 99m^5s^3 - 139m^5s - 154s^5 + 153m^9$

Musterbeispiel Nr.003 **zu Ü12 Teil2**

Berechne (durch Ausmultiplizieren der beiden Binome)

$(23e+21c)\cdot(23e+21c)=$ **„everyone with oneevery“**

Stelle dir das Produkt als folgende Darstellung vor:

$$\left(\overbrace{23e}^{1}+\overbrace{21c}^{2}\right)\cdot\left(\underbrace{23e}_{3}+\underbrace{21c}_{4}\right)=$$

Merkregel für die leichteste Art- 1.Art:

(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 1.Klammer (1) mal

(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 2.Klammer (3) plus

(Vorzeichen mitgenommen) 1. Glied der 1.Klammer (1) mal

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 2.Klammer(4) plus

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 1.Klammer(2) mal

(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 2.Klammer (3) plus

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 1.Klammer(2) mal

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 2.Klammer(4)

$$\boxed{1\bullet 3+1\bullet 4+2\bullet 3+2\bullet 4}$$

→

(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 1.Klammer (1) mal $(+)\ 23e\bullet$

(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 2.Klammer (3) plus $(+)\ 23e+$

(Vorzeichen mitgenommen) 1. Glied der 1.Klammer (1) mal $(+)\ 23e\bullet$

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 2.Klammer(4) plus $(+)\ 21c+$

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 1.Klammer(2) mal $(+)\ 21c\bullet$

(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 2.Klammer (3) plus $(+)\ 23e+$

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 1.Klammer(2) mal $(+)\ 21c\bullet$

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 2.Klammer(4) $(+)\ 21c$

Wir führen hier nur mit der 1.Art aus!!! Rechne selbst nach der 2.Art aus!!!

Daher lautet die Rechnung:

$(23e+21c)\cdot(23e+21c)=$ ist zu ausmultiplizieren

Uns fällt auf, dass in beiden Produktklammern dieselben Eintragungen=Summen (Binome) stehen.

nach der **obigen Regel** also $\boxed{1\bullet 3+1\bullet 4+2\bullet 3+2\bullet 4}$

$(29a+17d)\cdot(29a+17d)=23e\cdot 23e+23e\cdot 21c+21c\cdot 23e+21c\cdot 21c$

2 Potenzen **gleicher Basis werden multipliziert**, indem ihre **Hochzahlen addiert** werden!!!!

(siehe Übungsleuchtturm Nr.016- Teil3)hier nur „Hoch1"

$=23e\cdot 23e+23e\cdot 21c+21c\cdot 23e+21c\cdot 21c=529e^2+483ec+483ce+441c^2$

Tritt ein Produkt („mal") zweier Klammern auf, in denen 2mal dasselbe Binom (Summe oder Differenz) steht, so tritt 2 mal in der Mitte der Rechnung nach dem Ausmultiplizieren der Klammern nach der Regel dasselbe gemischte Glied (identisches Vorzeichen!) auf. Dieses kann immer „in der Mitte" zu einem gemischten Glied „2 mal......" zusammengefasst werden.

Hier: $483ec+483ce$ Dies gilt auch für eine Angabe mit höheren Potenzen als 1!!

Die beiden Produktvariablen Hier: $ec=ce$ nach dem Vertauschungsgesetz lassen sich somit zusammenfassen zu $2\bullet$.......... Dies ist das **gemischte Glied.**

$\rightarrow 483ec+483ce=2\cdot 483ce=966ce$

$(23e+21c)\cdot(23e+21c)==529\,e^2+483\,ec+483\,ce+441\,c^2==529e^2+966ce+441c^2$

Solche Multiplikationen, bei denen ein Produkt („mal") zweier Klammern auftritt, in denen 2mal dasselbe Binom (Summe oder Differenz) mit einer Hochzahl 1 steht, haben als Lösung (die nicht mehr weiter vereinfachbar ist) immer folgende Struktur

$\boxed{\textbf{Quadratpotenz(-term)1}} \pm \boxed{\textbf{gemischtes Glied}} + \boxed{\textbf{Quadratpotenz(-term)2}}$

Dieser Vorgang ist immer derselbe. Präge ihn dir gut ein, du wirst ihn als Probe für das Rechnen mit der Binomischen Formel brauchen (als 2.Rechenart neben dem Einsetzen in die Formel.) Die Formel ist wesentlich schneller als das Ausmultiplizieren „everyone with oneevery".In unserem Beispiel hier wäre es die 1.BIFO Wir wissen bereits:

$(23e+21c)\cdot(23e+21c)=(23e+21c)^2$ siehe nächster Übungsleuchtturm

Musterbeispiel Nr.004 **zu Ü20 Teil2**

Berechne (durch Ausmultiplizieren der beiden Binome)

$$\left(8i^3-13k^3\right)\cdot\left(8i^3+13k^3\right)=$$ **„everyone with oneevery“**

Wir merken,dass sich die Binome in den Produktklammern nur durch ihr Rechenzeichen unterscheiden. Stelle dir das Produkt als folgende Darstellung vor:

$$\left(\overbrace{8i^3}^{1}\overbrace{-13k^2}^{2}\right)\cdot\left(\underbrace{8i^3}_{3}\underbrace{+13k^2}_{4}\right)=$$

Merkregel für die leichteste Art- 1.Art:

(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 1.Klammer (1) **mal**

(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 2.Klammer (3) **plus**

(Vorzeichen mitgenommen) 1. Glied der 1.Klammer (1) **mal**

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 2.Klammer(4) **plus**

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 1.Klammer(2) **mal**

(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 2.Klammer (3) **plus**

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 1.Klammer(2) **mal**

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 2.Klammer(4)

$$\boxed{1\bullet 3+1\bullet 4+2\bullet 3+2\bullet 4}$$

→

(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 1.Klammer (1) **mal** $(+)\,8i^3\,\bullet$

(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 2.Klammer (3) **plus** $(+)\,8i^3\,+$

(Vorzeichen mitgenommen) 1. Glied der 1.Klammer (1) **mal** $(+)\,8i^3\,\bullet$

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 2.Klammer(4) **plus** $(+)\,13k^2\,+$

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 1.Klammer(2) **mal** $(+)\,13k^2\,\bullet$

(Vorzeichen mitgenommen) 1.Glied der 2.Klammer (3) **plus** $(+)\,8i^3\,+$

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 1.Klammer(2) **mal** $(+)\,13k^2\,\bullet$

(Rechenzeichen als Vorzeichen mitgenommen) 2.Glied der 2.Klammer(4) $(+)\,13k^2$

$(8i^3 - 13k^3) \cdot (8i^3 + 13k^3) = \boxed{1 \bullet 3 + 1 \bullet 4 + 2 \bullet 3 + 2 \bullet 4}$

$8i^3 \cdot 8i^3 + 8i^3 \cdot 13k^3 + (-13k^3) \cdot 8i^3 + (-13k^3) \cdot 13k^3 =$

2 Potenzen **gleicher Basis werden multipliziert**, indem ihre **Hochzahlen addiert** werden!!!!

(siehe Übungsleuchtturm Nr.016- Teil3)

$64i^6 + 104i^3k^3 - 104k^3i^3 - 169k^6 = 64i^6 + 0 - 169k^6$

Tritt ein Produkt („mal“) zweier Klammern auf, dessen Binome in den Produktklammern sich nur durch ihr mittleres Rechen(Vor-)zeichen unterscheiden, so treten in der Mitte der Rechnung beim Ausmultiplizieren der Klammern nach der Regel 2 gemischte Glieder auf,die sich nur durch ihr Vorzeichen unterscheiden- mit derselben Vorzahl und Variable - einmal mit Vorzeichen plus, einmal mit Minus. Diese beiden Glieder fallen stets weg (heben sich auf)!!!!

Hier: $+104i^3k^3 - 104k^3i^3 = 0$

Dies gilt auch für eine Angabe mit höheren Potenzen als 1!!

$64i^6 + 104i^3k^3 - 104k^3i^3 - 169k^6 = 64i^6 - 169k^6$

Solche Multiplikationen haben als Lösung (die nicht mehr weiter vereinfachbar ist) immer folgende Struktur **für eine Hochzahl 1:**

Quadratpotenz(-term)1 – (minus) **Quadratpotenz(-term)2**

Für eine Angabe mit **höheren Potenzen als 1!!**

Bei uns: **Quadratierter Potenzterm 1** –(minus) **Quadratierter Potenzterm 2**

Hochzahl größer als 2 Hochzahl größer als 2

Dieser Vorgang ist immer derselbe. Präge ihn dir gut ein, du wirst ihn als Probe für das Rechnen mit der Binomischen Formel brauchen (als 2.Rechenart neben dem Einsetzen in die Formel.) Die Formel ist wesentlich schneller als das Ausmultiplizieren „ everyone with oneevery“. In unserem Beispiel hier wäre es die 3.BIFO

siehe nächster Übungsleuchtturm

Theorie:

Merkregel für das Multiplizieren zweier Binome:

-> Siehe vorige Musterbeispiele!!!