Mathe Leuchtturm
Übungsleuchtturm
=Übungskapitel

001

1.Klasse

Rechnen und Darstellen mittels Variablen- Formen und Aussagen
Die Sprache der Mathematik - *Mathematische Grundkompetenzen*

Erforderlicher Wissensstand: (->Stoffübersicht im Detail siehe auch M Leuchtturm Wissensleuchtturm der 1.Klasse)
Arbeiten mit Variablen
„Vokabeln der Mathematik"
4 Grundrechenarten (Kommutativgesetz, Assoziativgesetz und Distributivgesetz)
Gesetze der 4 Grundrechenarten (Kommutativgesetz, Assoziativgesetz und Distributivgesetz)

Ziel dieses Kapitels (dieser Übungschili) ist,
einen Text gemäß der Basiswissenkompetenzen mathematisch erfassen zu können, sowie die Gesetze der Grundrechenarten (Kommutativgesetz, Assoziativgesetz und Distributivgesetz) anwenden zu können.

Lösungen findest du ab Seite 4 **Musterbeispiele ab Seite 7 !!**

Ein Teil der folgenden Texte wurde durch einen geheimen Beamer eines in mathematischer Mission forschenden Raumschiffs vom Planeten Exponent-Pi-Alpha codiert und ist somit für uns unleserlich geworden. Du schaffst es, diese wieder herzustellen!!

Ergänze die fehlenden Lücken und übersetze dann die folgenden Aussagetexte in die „Sprache der Mathematik":

Ü

Ergänze die fehlenden Lücken.

Übersetze die Aussagetexte in die „Sprache der Mathematik“:

1) Subtrahieren wir von einer natürlichen Zahl Null, so erhalten wir……………………..

2) Addieren wir zu einer natürlichen Zahl Null, so erhalten wir…………………………..

3) Multiplizieren wir Null mit einer natürlichen Zahl, so erhalten wir……………………

->siehe Musterbeispiel Nr.001

4) Multiplizieren wir eine natürliche Zahl mit Null, so erhalten wir……………..

5) Dividieren wir eine natürliche Zahl durch Null,………………………………………………..

->siehe Musterbeispiel Nr.002

6) Dividieren wir Null durch eine natürliche Zahl ,so erhalten wir………………………………………………..

7) Wenn wir von der natürlichen Zahl x die natürliche Zahl k subtrahieren, können wir das Vertauschungsgesetz nicht anwenden.

->siehe Musterbeispiel Nr.003

8) Wenn wir zur natürlichen Zahl p die natürliche Zahl g addieren, können wir das Vertauschungsgesetz anwenden.

9) Wenn wir die natürliche Zahl j durch die natürliche Zahl m dividieren, können wir das Vertauschungsgesetz nicht anwenden.

10) Wenn wir die natürliche Zahl r mit der natürlichen Zahl y multiplizieren, können wir das Vertauschungsgesetz anwenden

11) Wenn wir die natürliche Zahl d mit der natürlichen Zahl k multiplizieren ,lautet das Ergebnis e.

Lösungen
001

Übersetze die folgenden Aussagetexte in die „Sprache der Mathematik"und ergänze:

1) Subtrahieren wir von einer natürlichen Zahl Null, so erhalten wir wieder die Zahl selbst

$a - 0 = a \qquad a \in N$

oder wähle jede andere Variable für die natürliche Zahl z.B. z

$z - 0 = z \qquad z \in N$

2) Addieren wir zu einer natürlichen Zahl Null, so erhalten wir wieder die Zahl selbst

$a + 0 = a$ oder $0 + a = a \qquad a \in N$

Es gilt das Rechengesetz des Vertauschungsgesetzes oder Kommutativgesetzes bei der Addition

3) Multiplizieren wir Null mit einer natürlichen Zahl, so erhalten wir Null.

$0 \cdot w = 0$ oder $w \cdot 0 = 0 \qquad w \in N$

Es gilt das Rechengesetz des Vertauschungsgesetzes oder Kommutativgesetzes bei der Multiplikation **->siehe Musterbeispiel Nr.001**

4) Multiplizieren wir eine natürliche Zahl mit Null, so erhalten wir Null.

$j \cdot 0 = 0$ oder $0 \cdot j = 0 \qquad j \in N$

Es gilt das Rechengesetz des Vertauschungsgesetzes oder Kommutativgesetzes bei der Multiplikation

5) Dividieren wir eine natürliche Zahl durch Null, ist dies „verboten“ /nicht definiert.

$$x : 0 = verboten \qquad x \in N$$

Achtung!!!! Das Vertauschungsgesetzes oder Kommutativgesetzes gilt bei der Division **nicht!!!!**

->siehe Musterbeispiel Nr.002

6) Dividieren wir Null durch eine natürliche Zahl, so erhalten wir Null.

$$0 : a = 0$$

Achtung!!!! Das Vertauschungsgesetzes oder Kommutativgesetzes gilt bei der Division **nicht!!!!**

7) Wenn wir von der natürlichen Zahl x die natürliche Zahl k subtrahieren, können wir das Vertauschungsgesetz nicht anwenden.

->siehe Musterbeispiel Nr.003

$$x - k \neq k - x$$

8) Wenn wir zur natürlichen Zahl p die natürliche Zahl g addieren, können wir das Vertauschungsgesetz anwenden.

$$p + g = g + p$$

9) Wenn wir die natürliche Zahl j durch die natürliche Zahl m dividieren, können wir das Vertauschungsgesetz nicht anwenden.

$$j : m \neq m : j$$

->siehe Musterbeispiel Nr.004

10) Wenn wir die natürliche Zahl r mit der natürlichen Zahl y multiplizieren, können wir das Vertauschungsgesetz anwenden

$$r \cdot y = y \cdot r$$

11) Wenn wir die natürliche Zahl d mit der natürlichen Zahl k multiplizieren ,lautet das Ergebnis e.

$$d \cdot k = e = k \cdot d$$

Wir haben noch zusätzlich das Vertauschungsgesetz oder Kommutativgesetz der Multiplikation dazugesetzt.

Musterbeispiel Nr.001

->zu Ü 3)

Ergänze die fehlenden Lücke

Übersetze den folgenden Aussagetext in die „Sprache der Mathematik“:

Multiplizieren wir Null mit einer natürlichen Zahl, so erhalten wir……………………………..

Der Begriff der natürlichen Zahl ist ein allgemeiner, das bedeutet, für einen beliebigen Buchstaben (Variable) kann jede beliebige natürliche Zahl eingesetzt werden, und unsere Aussage, die durch den Text oben in der Angabe vermittelt wird, gilt und ist erfüllt. (ist richtig und zutreffend)

Die natürlichen Zahlen sind ja 0,1,2,3,…
als Menge: $N = \{0,1,2,3,4,5,\ldots\}$

Zunächst müssen wir uns für eine Variable entscheiden, die die natürliche Zahl ausdrücken soll, die wir frei wählen.
Meist ist dies in der Mathematik ein x oder y, kann aber auch jeder **Klein**buchstabe sein.

Wir wählen hier nun g als Variable
multiplizieren….“mal rechnen“

$$\begin{array}{ll} 0 \;\bullet & g = ? \\ \downarrow & \downarrow \\ Null & natürliche\ Zahl \end{array}$$

Wir wissen:
Jede Zahl, die wir mit Null multiplizieren, ergibt Null.
Oder anders formuliert:
Multiplizieren wir Null mit einer natürlichen Zahl, so erhalten wir **Null.**

$$\begin{array}{ll} 0 \;\bullet & g = 0 \\ \downarrow & \downarrow \\ Null & natürliche\ Zahl \end{array}$$

Sind wir ganz genau, schreiben wir neben unserer übersetzten Aussage ein paar Worte:

g ist eine natürliche Zahl. Für g können wir jede beliebige Zahl einsetzen
$g = 0 \quad oder \quad g = 1 \quad oder \quad g = 7793 \ldots$

oder –noch besser-diese Worte mit einem mathematischen Symbol ausgedrückt:

$0 \cdot g = 0 \qquad g \underset{\substack{\downarrow \\ ist\ ein\ Element\ von}}{\in} N$

g ist ein Element der natürlichen Zahlen, g ist eine natürliche Zahl.

erhalten wir bedeutet (ist derselbe Ausdruck wie) ergibt / ist gleich

Da das Rechengesetz des **Vertauschungsgesetzes oder Kommutativgesetzes** bei der Multiplikation gilt, können wir auch schreiben:

$\boxed{0 \cdot g = 0 \qquad g \cdot 0 = 0 \qquad g \in N}$

Multiplizieren wir Null mit einer natürlichen Zahl, so erhalten wir **Null.**

Damit ist unser Text vollständig in die Sprache der Mathematik „übersetzt“

Musterbeispiel Nr.002 ->zu Ü 5)

Ergänze die fehlenden Lücke

Übersetze den folgenden Aussagetext in die „Sprache der Mathematik“:

Dividieren wir eine natürliche Zahl durch Null,……………………………………………….

Der Begriff der natürlichen Zahl ist ein allgemeiner, das bedeutet, für einen beliebigen Buchstaben (Variable) kann jede beliebige natürliche Zahl eingesetzt werden, und unsere Aussage, die durch den Text oben in der Angabe vermittelt wird, gilt und ist erfüllt. (ist richtig und zutreffend)

Die natürlichen Zahlen sind ja 0,1,2,3,…
als Menge: $N = \{0,1,2,3,4,5,...\}$

Zunächst müssen wir uns für eine Variable entscheiden, die die natürliche Zahl ausdrücken soll, die wir frei wählen.
Meist ist dies in der Mathematik ein x oder y, kann aber auch jeder **Klein**buchstabe sein.

Wir wählen hier nun h als Variable

$$
\begin{array}{lcl}
h & : & 0 = ? \\
\downarrow & & \downarrow \\
\downarrow & & Null \\
\text{natürliche Zahl} & &
\end{array}
$$

Wir wissen:
Die Division jeder (natürlichen) Zahl durch Null ist in der Mathematik **nicht zulässig** (verboten / nicht definiert)
Oder anders formuliert:
Dividieren wir eine natürliche Zahl durch Null, tritt ein Problem der Definition auf.

$$\begin{array}{lll} h & : & 0 = \text{"}verboten\text{"} \\ \downarrow & & \downarrow \\ \downarrow & & Null \\ \multicolumn{3}{l}{nat\ddot{u}rliche\ Zahl} \end{array}$$

Sind wir ganz genau, schreiben wir neben unserer übersetzten Aussage ein paar Worte:

h ist eine natürliche Zahl. Für h können wir jede beliebige Zahl einsetzen
$h = 30 \quad oder \quad h = 145 \quad oder \quad h = 7456793 \ldots$

oder –noch besser-diese Worte mit einem mathematischen Symbol ausgedrückt:

$$\begin{array}{lll} h & : & 0 = \text{"}verboten\text{"} \\ \downarrow & & \downarrow \\ \downarrow & & Null \\ \multicolumn{3}{l}{nat\ddot{u}rliche\ Zahl} \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} h & \in & N \\ & \downarrow & \\ \multicolumn{3}{c}{ist\ ein\ Element\ von} \end{array}$$

h ist ein Element der natürlichen Zahlen, h ist eine natürliche Zahl.

Die Division durch Null ist übrigens nicht nur für natürliche Zahlen unzulässig, sondern für jedes Element jeder Zahlenmenge!!!!!

Da das Rechengesetz des **Vertauschungsgesetzes oder Kommutativgesetzes** bei der Division **nicht** gilt, könnten wir auch schreiben:

$$\boxed{h : 0 = verboten \qquad \neq \quad 0 : h = 0 \qquad h \in N}$$

Für die Umkehrung gilt also:
Die Division von Null durch eine natürliche Zahl ist also immer zulässig und wir erhalten Null !!! (siehe Ü6 !!!)

Musterbeispiel Nr.003 ->zu Ü 7)

Übersetze den folgenden Aussagetext in die „Sprache der Mathematik“:

Wenn wir von der Zahl d die Zahl t subtrahieren, können wir das Vertauschungsgesetz

nicht anwenden

Der Begriff der natürlichen Zahl ist ein allgemeiner, das bedeutet, für einen beliebigen Buchstaben (Variable) kann jede beliebige natürliche Zahl eingesetzt werden, und unsere Aussage, die durch den Text oben in der Angabe vermittelt wird, gilt und ist erfüllt. (ist richtig und zutreffend)

Die natürlichen Zahlen sind ja 0,1,2,3,...
als Menge: $N = \{0,1,2,3,4,5,...\}$

Die beiden natürlichen Zahlen sind nun im Text schon angegeben, ihr „Name“ ist
$d \quad und \quad t$

Subtrahieren bedeutet „Minusrechnen“
Wir müssen also von d die Zahl t abziehen.
$d - t$
Das Vertauschungsgesetz gilt nicht. Es steht ja im Text bereits. (Dieses gilt wie wir wissen nur für die Addition als Strichrechnung- und Multiplikation als Punktrechnung.)

„können wir das Vertauschungsgesetz nicht anwenden“ übersetzen wir am besten und kürzesten in der Mathematik mit dem Symbol „ungleich“ $\neq$
In einer Formel eines Rechengesetzes wie hier wird „etwas nicht gelten“ mit „ist nicht gleich“ ausgedrückt

$d - t \neq$
Nun brauchen wir nur noch den Subtrahend und Minuend vertauschen rechts des „=“-zeichens - Vertauschungsgesetz-> vertauschen

$\boxed{d - t \neq t - d}$

Damit ist unser Text vollständig in die Sprache der Mathematik „übersetzt“

Gilt das Vertauschungsgesetz, etwa für die Strichrechnung der Addition, brauchen wir natürlich nur ein „=“ in der Mitte der Formel setzen!!!

$\boxed{d + t = t + d}$

-siehe Ü 8) !!!

Musterbeispiel Nr.004 ->zu Ü 9)

Übersetze den folgenden Aussagetext in die „Sprache der Mathematik“:

Wenn wir die natürliche Zahl s durch die natürliche Zahl x dividieren, können wir das Vertauschungsgesetz nicht anwenden.

Der Begriff der natürlichen Zahl ist ein allgemeiner, das bedeutet, für einen beliebigen Buchstaben (Variable) kann jede beliebige natürliche Zahl eingesetzt werden, und unsere Aussage, die durch den Text oben in der Angabe vermittelt wird, gilt und ist erfüllt. (ist richtig und zutreffend)

Die natürlichen Zahlen sind ja 0,1,2,3,...
als Menge: $N = \{0,1,2,3,4,5,...\}$

Die beiden natürlichen Zahlen sind nun im Text schon angegeben, ihr „Name“ ist
$s \quad und \quad x$

Wir müssen also von s durch die Zahl x teilen (dividieren)
$s : x$
Das Vertauschungsgesetz gilt nicht. Es steht ja im Text bereits. (Dieses gilt wie wir wissen nur für die Multiplikation als Punktrechnung - und Addition als Strichrechnung.)

„können wir das Vertauschungsgesetz nicht anwenden“ übersetzen wir am besten und kürzesten in der Mathematik mit dem Symbol „ungleich“ $\neq$
In einer Formel eines Rechengesetzes wie hier wird „etwas nicht gelten“ mit „ist nicht gleich“ ausgedrückt
$s : x \neq$

Nun brauchen wir nur noch den Dividend und Divisor vertauschen rechts des „=“- zeichens - Vertauschungsgesetz-> vertauschen

$\boxed{s : x \neq x : s}$

Damit ist unser Text vollständig in die Sprache der Mathematik „übersetzt“

Gilt das Vertauschungsgesetz, etwa für die Punktrechnung der Multiplikation, brauchen wir natürlich nur ein „=“ in der Mitte der Formel setzen!!!

-siehe Ü 11) !!!

$\boxed{s \cdot x = x \cdot s}$

Addition und Subtraktion-Rechengesetze

Rechengesetze für die Addition:

das Kommutativgesetz oder Vertauschungsgesetz

$\boxed{a+b=b+a}$ *Kurzbezeichnung:* **KG (+)**

für mehrere Faktoren: $a+b+c=c+a+b=b+a+c=a+c+b$

Schreibe das KG am besten mit *geschwungenen Klammern* an:

z B a=45 b= 54:

$\underbrace{45+54}_{99}=\underbrace{54+45}_{99}$

Das jeweilige Ergebnis als Gleichheit dann darunter schreiben!!

99 = 99 w. A.

Rechengesetze für die Subtraktion:

Bei der Subtraktion gilt

das Kommutativgesetz oder Vertauschungsgesetz NICHT

$\boxed{a-b\neq b-a}$ **KG (-)**

Bsp.: Zeige, dass das KG (-) (Kommutativgesetz bezüglich der Subtraktion) nicht gilt,

wenn $a=91$ $b=13$

$\boxed{a-b\neq b-a}$

91-13=78 13-91 $\neq 78$!!! wäre Minuszahl kleiner null

Rechengesetze für die Multiplikation:

Bei der Multiplikation gilt - wie bei der Addition-
das Kommutativgesetz oder Vertauschungsgesetz

$\boxed{a \cdot b = b \cdot a}$ **KG(*)**

für mehrere Faktoren: $a \cdot b \cdot c = c \cdot a \cdot b = b \cdot a \cdot c = a \cdot c \cdot b$

Schreibe das KG am besten mit *geschwungenen Klammern* an:
z B a=45 b= 54:

$\underbrace{45 \cdot 54}_{2430} = \underbrace{54 \cdot 45}_{2430}$

Das jeweilige Ergebnis als Gleichheit dann darunter schreiben!

2430= 2430 w. A.

Rechengesetze für die Division:

Bei der Division gilt - wie bei der Subtraktion-
das Kommutativgesetz oder Vertauschungsgesetz NICHT

$\boxed{a : b \neq b : a}$ **KG(:)**

Zeige ,dass das KG (:) (Kommutativgesetz bezüglich der Division) nicht gilt,
wenn $a = 91$ $b = 13$

$\boxed{a : b \neq b : a}$

91:13=7 13:91$\neq$ 7!!! Kommazahl = 1/7 (1 Siebtel)

$7 \neq \frac{1}{7}$