

Mathe Leuchtturm

Übungsleuchtturm 5.Kl.

008

=Übungskapitel

Lineare Gleichungen

mathematische Kompetenzen

Teil 2

Erforderlicher Wissensstand (->Stoffübersicht im Detail siehe auch Wissensleuchtturm der 5.Klasse)

Lösen von linearen Gleichungen

Grundmenge und Definitionsmenge - Begriffe

Kenntnis der Unterscheidung der Lösungsfälle bezüglich der Grundmenge nach der erhaltenen Aussage

Bestimmen von Lösungen

Ziel dieses Kapitels (dieses Übungsleuchtturms) ist:

Untersuchung der Lösungsfälle einer linearen Gleichung (wahre und falsche Aussage)

Erzeugen eines geforderten Lösungsfalls durch Abänderung der Koeffizienten

Erkennen von linearen Gleichungen und erzeugen dieser durch Vereinfachen

Kontrolle der erlernten Begriffe zu Grund-und Definitionsmenge

Lösungen findest du ab Seite 4

Vorschau auf quadratische Gleichungen zum Üben (Lösen) in Ü2

Ü1

A)-C) Gegeben ist jeweils eine lineare Gleichung.

Ändere **im Zuge deiner Rechnung mittels Zusammenfassen bzw. Vereinfachen & Ausmultiplizieren einen Koeffizienten** (oder wenn nötig **beide** Koeffizienten) auf der **rechten** Seite der Gleichung so ab, dass sich am Ende der Berechnung

- 1.) **eine falsche Aussage** ergibt (wie kannst du noch schreiben?)
- 2.) **eine wahre Aussage** ergibt (wie kannst du noch schreiben?)
- 3.1) Wie lautet die **Lösung der Originalgleichung**???
- 3.2) Ist die Gleichung *eindeutig lösbar*?? (wann ist dies der Fall bei linearen Gleichungen?? Gib eine „Formelvorschrift“ an!)
- 3.3) *Wie ist die Grundmenge G einer linearen Gleichung definiert??*
- 3.3.1) *Wie ist die Definitionsmenge D einer linearen Gleichung definiert??*
- 3.4) *Was bedeutet Lösen einer linearen Gleichung, was Äquivalenzumformung????*
- 3.5) *Von welcher Gestalt kann die Lösungsmenge sein??*
- 3.6) *Gibt es mehr als 3 Möglichkeiten, wie eine Lösungsmenge „aussehen“ kann??*

$$A) (5x + 4)^2 - 7x - (-x + 2) = (5x + 1)^2 - 12 \quad G = \mathbb{R}$$

$$B) (8x + 2)(4x - 11) = (16x - 2) \cdot (4 + 2x) \quad G = \mathbb{R}$$

$$C) (4 - 14x)^2 + 5x - 33 = 34x + 19 + (11 - 14x)^2 \quad G = \mathbb{R}$$





Übungsleuchtturm 5.Kl.

008

Ü1: Es ist jeweils die umgeformte zusammengefasste, nach der Binomischen Formel ausquadrierte Gleichung angegeben. (die dann zum Abändern ist)

Ü1 A) 1.)

$$34x + 14 = 10x - 11 \rightarrow \text{abändern in } 34x + 14 = 34x - 11 \rightarrow 0 = 3 \rightarrow f.A. \quad L = \{ \}$$

$$2.) \quad 34x + 14 = 10x - 11 \rightarrow \text{abändern in } 34x + 14 = 34x + 14 \rightarrow 0 = 0 \rightarrow w.A. \quad L = R$$

$$3.1) \text{ Lösung der Originalgleichung: } L = \left\{ -\frac{25}{24} \right\} \text{ eindeutig lösbar!}$$

B) 1.)

$$-80x - 22 = 60x - 8 \rightarrow \text{abändern in } -80x - 22 = -80x - 8 \rightarrow -22 = -8 \rightarrow f.A. \quad L = \{ \}$$

$$2.) \quad -80x - 22 = 60x - 8 \rightarrow \text{abändern in } -80x - 22 = -80x - 22 \rightarrow 0 = 0 \rightarrow w.A. \quad L = R$$

$$3.1) \text{ Lösung der Originalgleichung: } L = \left\{ -\frac{1}{10} \right\}$$

C) 1.)

$$-107x - 17 = -274x + 140 \rightarrow \text{abändern in } -107x - 17 = -107x + 140 \rightarrow -17 = 140 \rightarrow f.A. \quad L = \{ \}$$

2.)

$$-107x - 17 = -274x + 140 \rightarrow \text{abändern in } -107x - 17 = -107x - 17 \rightarrow 0 = 0 \rightarrow w.A. \quad L = R$$

$$3.1) \text{ Lösung der Originalgleichung: } L = \left\{ \frac{157}{167} \right\}$$

3.2) alle 3 Gleichungen in A)-C) sind eindeutig lösbar, da die Gleichung $a \cdot x + b = 0$

vorliegt und diese im Fall $a \neq 0$ genau die Lösung $x = -\frac{b}{a}$ besitzt.

3.3) *Grundmenge G einer linearen Gleichung*

ist definiert als die Menge jener Zahlen, die zur Belegung der Variablen zugelassen sind.

3.3.1) *Definitionsmenge D einer linearen Gleichung*

ist definiert als die Menge jener Zahlen der Grundmenge, für welche die auftretenden Terme definiert sind.

$$L \subseteq D \subseteq G \quad \text{Teilmengen}$$

3.4) *Lösen einer linearen Gleichung*

bedeutet die Lösungsmenge zu finden /ermitteln.

Äquivalenzumformung: auf der linken **und** rechten Seite der Gleichung **dieselbe** Rechenoperation mit einem Term durchführen. (Term=auch Zahl „alleine“!!)

$$3.5) \quad a \cdot x + b = 0$$

wenn $a \neq 0$

$$1.) \quad x = -\frac{b}{a} \quad x = c \Rightarrow L = \{c\} \quad c \in R \quad \text{es existiert eine eindeutige Lösung}$$

$$a = 0$$

wenn

$$2.) \quad \text{z.B.} \quad 5000x - 343 = 5000x - 343 \quad 0 = 0 \quad \text{w.A.} \quad L = R \quad L = G \quad \text{1.Sonderfall}$$

$$3.) \quad \text{z.B.} \quad -\frac{2}{7} = -\frac{11}{12} \quad \text{f.A.} \quad L = \{ \} \quad \text{2.Sonderfall}$$

3.6) nein es gibt nur die 3 in Bsp 3.5) genannten Möglichkeiten.

Ü2

- 1.) $\frac{5x}{6} - 19 = 4 - x$ **X linear**
- 2.) $\frac{4x}{17} + \frac{x^3}{x} = 19 + 2x$ quadratisch
- 3.) $14 = x^2 - 9$ quadratisch
- 4.) $14 - x = 13x - x(x - 4)$ quadratisch
- 5.) $3 - 8x = 0 \cdot (x^2 - 2)$ **X linear**
- 6.) $\frac{15}{16}x + 10 = \frac{14x}{32} - 99 + 109 + 0,5x$ **X linear**
- 7.) $0 \cdot (8x + 17) + 54x - 16 - 46x = 32x + 17 - 24x + (0 : 338)$ **X linear**

Lösungen der linearen Gleichungen:

- 1.) $L = \left\{ \frac{138}{11} \right\}$ es existiert eine eindeutige Lösung
- 5.) $L = \left\{ \frac{3}{8} \right\}$ es existiert eine eindeutige Lösung
- 6.) $L = R$ Sonderfall
- 7.) $L = \{ \}$ Sonderfall

Lösungen der quadratischen Gleichungen: (für später)

- $x_1 = -3,56495$ $x_2 = 5,3296607$
- 2.)
- 3.) $x_1 = +\sqrt{23} = 4,79583$ $x_2 = -\sqrt{23} = -4,79583$
- 4.) $x_1 = 9 + \sqrt{67} = 17,185352$ $x_2 = 9 - \sqrt{67} = 0,814647$

Ü3

Die richtig angekreuzten Lösungen bleiben hier stehen:

$$1.) \quad 5000x - 343 = 5000x - 343 \quad L = R \quad L = G$$

$$2.) \quad \frac{3}{22}x - \frac{2}{7} = \frac{3}{22}x - \frac{11}{12} \quad L = \{ \}$$

$$3.) \quad 5x - \frac{13}{39} = 5x - \frac{1}{3} \quad L = R \quad L = G$$

$$4.) \quad -567x^2 - 31x + 3 = 3 - 62x - 567x^2 + \frac{93x}{3} \quad L = R \quad L = G$$

$$5.) \quad 341x - 16 = -16 \quad L = \{0\}$$

$$6.) \quad (3x - 5)(3x + 5) = 3 \cdot \left(-\frac{25}{3} + 3x^2 \right) \quad L = R \quad L = G$$

Lösungen der linearen Gleichungen:

$$1.) \quad 0 = 0 \quad L = R \quad L = G$$

$$2.) \quad -\frac{2}{7} = -\frac{11}{12} \quad f.A. \quad L = \{ \}$$

$$3.) \quad 5x - \frac{1}{3} = 5x - \frac{1}{3} \quad 0 = 0 \quad w.A. \quad L = R \quad L = G$$

$$4.) \quad -31x + 3 = 3 - 31x \quad 0 = 0 \quad w.A. \quad L = R \quad L = G$$

$$5.) \quad x = 0 \quad L = \{0\}$$

$$6.) \quad 9x^2 - 25 = -25 + 9x^2 \quad 0 = 0 \quad w.A. \quad L = R \quad L = G$$