Mathe Leuchtturm

Übungsleuchtturm <u>5.Kl.</u> 011

=Übungskapitel

Lösen von quadratischen Gleichungen

Teil 1

Sonderfälle

<u>Erforderlicher Wissensstand</u> *(->Stoffübersicht im Detail siehe auch* ***<u>Wissensleuchtturm</u>*** *der 5.Klasse)*

Verschiedene Lösungsmethoden von quadratischen Gleichungen kennen und durchführen können (neben den Lösungsformeln)

Hinüberbringen des konstanten Gliedes

durch Zerfällen nach der 3.binomischen Formel

durch Herausheben und Anwendung des Produkt-Null-Satzes

<u>Ziel dieses Kapitels (dieses Übungsleuchtturms) ist:</u>

Andere schnelle alternative Lösungsmethoden als die Lösungsformeln für quadratische Gleichungen kennen und anwenden können

Lösungen findest du ab Seite 3

<u>Für die nun folgenden Übungsbeispiele findest du ab Seite 5 Musterbeispiele mit Erklärungen im Lösungsteil.</u>

Ü1 Löse die folgenden Gleichungen in R:

1.) $x^2-13=0$

2.) $4x^2-22=0$

3.) $2x^2-7=0$

4.) $\frac{2}{5}x^2-13=0$

5.) $x^2+13=0$

6.) $3x^2+14=0$

7.) $x^2+\frac{4}{13}=0$

8.) $\frac{7}{19}x^2-\frac{37}{67}=0$

9.) $\frac{7}{19}x^2-\frac{19}{7}=0$

Ü2 Löse die folgenden Gleichungen in R:

1.) $4x^2-12x=0$

2.) $x^2-19x=0$

3.) $31x^2-93x=0$

4.) $\frac{2}{5}x^2-\frac{4}{19}x=0$

5.) $0{,}5x^2-0{,}25x=0$

6.) $\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{27}=0$

7.) $34x^2-68x=0$

8.) $34x^2+68x=0$

9.) $100x^2+55x=0$

10.) $\frac{12}{36}x^2+\frac{8}{12}=0$

11.) $\frac{6}{4}x^2+10{,}5x=0$

12.) $\frac{6}{4}x^2+10{,}3x=0$

13.) $\frac{84}{95}x^2-x=0$

14.) $78654{,}23x^2-78654{,}23x=0$

Bemerkung: Übe alle Beispiele auch mit der großen und kleinen Lösungsformel für quadratische Gleichungen (siehe folgender Übungsleuchtturm Nr.012 !!)

Lösungen

Lösen von quadratischen Gleichungen

Sonderfälle

Teil 1

Ü1 1.) $L=\{-\sqrt{13};+\sqrt{13}\}=\{\pm\sqrt{13}\}$

2.) $L=\left\{\pm\sqrt{\frac{22}{4}}\right\}=\left\{\pm\frac{\sqrt{22}}{2}\right\}$

3.) $L=\left\{\pm\frac{\sqrt{14}}{2}\right\}$

4.) $L=\left\{\pm\frac{\sqrt{130}}{2}\right\}$

5.) nicht lösbar in R

6.) nicht lösbar in R

7.) nicht lösbar in R

8.) $L=\{\pm 1{,}22430956\}$ x=−1.2243095613116 or x=1.2243095613116

9.) $L=\left\{\pm\frac{19}{7}\right\}$

Ü2

1.) $L = \{0;3\}$

2.) $L = \{0;19\}$

3.) $L = \{0;3\}$

4.) $L = \left\{0;\frac{10}{19}\right\}$

5.) $L = \{0;0.5\}$

6.) $L = \left\{-\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right\}$

7.) $L = \{0;2\}$

8.) $L = \{-2;0\}$

9.) $L = \left\{-\frac{11}{20};0\right\}$

10.) nicht lösbar

11.) $L = \{-7;0\}$

12.) $L = \{-6{,}8667;0\}$

13.) $L = \left\{0;\frac{95}{84}\right\}$

14.) $L = \{0;1\}$

Theorie und Musterbeispiele

Keine primär notwendige Anwendung der großen oder kleinen Lösungsformel

Wir starten von $\boxed{ax^2 + bx + c = 0 \quad a,b,c \in R \quad a \neq 0}$

Fall1:b=0

$\boxed{ax^2 + c = 0 \quad a,,c \in R \quad a \neq 0}$

Solche Gleichungen löst du am besten

1.) durch *„<u>Hinüberbringen des konstanten Gliedes</u>“*(der Zahl, die alleine steht), entweder durch die Äquivalenzumformung – oder + (und dann noch Dividieren durch die Zahl vor dem x Quadrat, dass dieses alleine steht. Dann wird die Wurzel gezogen mit plus/minus

$x_{1,2} = \pm\sqrt{.......}$

ACHTUNG

Achtung! Eine quadratische Gleichung (die in R lösbar ist) hat immer 2 <u>Lösungen</u>!!!

Musterbeispiel: Löse $9x^2 - \frac{2}{3} = 0$

$$9x^2 - \frac{2}{3} = 0 \quad \left| + \frac{2}{3} \right.$$

$$9x^2 = \frac{2}{3} \,\Big|\, :9$$

$$x^2 = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{9}{1}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{9} \quad = \frac{2}{27} \qquad x_1 = +\sqrt{\frac{2}{27}} \quad x_2 = -\sqrt{\frac{2}{27}} \quad \text{oder} \quad x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{2}{27}}$$

oder

2.) <u>durch Zerfällen nach der 3.binomischen Formel</u>

Musterbeispiel1

Löse $9x^2 - 19 = 0$

$\boxed{a^2 - b^2 = (a-b)\cdot(a+b)}$ 3.Bifo

$9x^2 - 19 = \left(3x - \sqrt{19}\right)\cdot\left(3x + \sqrt{19}\right) = 0$

Nach dem **Produkt-Null-satz** gilt:

Ein Produkt ist genau dann Null, wenn einer der beiden Faktoren Null ist.

$3x - \sqrt{19} = 0 \quad \vee \quad 3x + \sqrt{19} = 0$

$3x = \sqrt{19} \quad \vee \quad 3x = -\sqrt{19}$

$x_1 = \frac{\sqrt{19}}{3} \qquad x_2 = -\frac{\sqrt{19}}{3} \qquad x_{1,2} = \pm\frac{\sqrt{19}}{3}$

Beachte: Gleichungen der Form „(Zahl mal) x^2 plus Zahl (auch Kommazahl, Bruch)“sind <u>nicht lösbar.</u>

<u>Leicht einsehbare Begründung:</u> $a^2 + b^2$ ist keine binomische Formel und deshalb zerfällt der Ausdruck nicht in 2 Klammern

oder Bringen wir die Zahl auf die rechte Seite, haben wir x^2 **=minusZahl**

und es gibt ja keine Zahl,deren Quadrat negativ ist!!!!

denn Minus entsteht nicht durch Multiplikation zweier gleicher Vorzeichen

also minus mal minus oder plus mal plus (was ja Quadrat bedeutet…Zahl /VZ mal sich selbst)

denn minus mal plus ist minus oder plus mal minus ist minus …kein doppeltes Vorzeichen!!!

Fall2:c=0 $\boxed{ax^2 + bx = 0 \quad a,,b \in R \quad a \neq 0}$

Solche Gleichungen löst du am besten

durch Herausheben und Anwendung des Produkt-Null-Satzes

(x ist stets heraushebbar)

Musterbeispiel 3:

$7x^2 - 98x = 0$

$7x \cdot (x - 14) = 0$ Herausheben „jene Zahl und/oder Variable,die **gemeinsam in beiden** Gliedern vorkomm(t)(en)“

$7x = 0 \quad \vee (x - 14) = 0$ Anwendung des Produkt-Null-Satzes (siehe Musterbsp.2)

$x_1 = 0 \qquad x_2 = 14$

<u>Vergiss nicht die Lösungsmenge anzuschreiben!!! $L = \{0;14\}$ geordnet der Größe nach</u>