

Mathe Leuchtturm

Übungsleuchtturm

009

=Übungskapitel

Rechnen mit rationalen Zahlen-Rechnen in Q

Rechnen mit Brüchen

Die Menge der rationalen Zahlen Q

Erforderlicher Wissensstand (->Stoffübersicht im Detail siehe auch Wissensleuchtturm der UE-und 3.Kl.)

Die Menge der Rationalen Zahlen Q.(Eigenschaften, Zahlengeradendarstellung)

Regeln der Vorzeichen für Addition,Subtraktion,Multiplikation und Division.

Rechnen mit Brüchen (in den rationalen Zahlen) für Addition,Subtraktion,Multiplikation und Division.Rechenregeln für die einzelnen Operationen.

Anwenden der Vorkenntnisse: Kürzen, Erweitern, Auf einen gemeinsamen Nenner bringen, Umschreiben einer gemischten Zahl auf einen unechten Bruch und umgekehrt

Auflösen von Doppelbrüchen; Regel für Kürzen in Doppelbrüchen

Brüche und Dezimalzahlen: Umrechnen von Brüchen in Dezimalzahlen und umgekehrt, Darstellung und Umwandlung

Ziel dieses Kapitels (dieses Übungsleuchtturms) ist:

Training des Bruchrechnens in der Menge Q- „Vorzeichenkenntnisse“

Alle Formeln, Erklärungen und Musterbeispiele zu diesem Übungsleuchtturm findest du wie gewohnt im Lösungsteil-siehe Verweise auf der nächsten Seite

Lösungen findest du ab Seite 8

Beachte den Theorieteil (Wissen) ab Seite 12!

Dies ist eine Aufgabensammlung zu den Grundrechenoperationen in den rationalen Zahlen Q.

Das Vorwissen zur Bruchrechnung (Umwandeln von gemischten Zahlen, Kürzen und Erweitern mit Zahlen und Variablen) findest du im Übungsleuchtturm **Nr.009-1**. Dort sind direkt im Text viele Erklärungen und Musterbeispiele notiert.

Alle Formeln, Erklärungen und Musterbeispiele (ab Seite 12) zu dieser Übungschili findest du wie gewohnt im Lösungsteil (ab Seite 8).

Eine gesamte detaillierte Übersicht als know-how ist natürlich auch in der Wissenschili der 3. und UE-Klasse notiert.

Hinweis:

es gelten wie in Z:

„Crash-Regeln“ trifft ein Rechenzeichen auf ein Vorzeichen:

$+ (+) \rightarrow +$	$+ (-) \rightarrow -$	$- (+) \rightarrow -$	$- (-) \rightarrow +$
$Rz \quad Vz \quad Rz$			

Ich habe bei all unseren Bruchrechnungsbeispielen bewusst auch solche Brüche gewählt, deren

Nenner höhere Zahlen aufweisen (also nicht nur Drittel, Viertel, Fünftel,..), um die

Rechenfertigkeit der Zahlenzerlegung beim Kürzen oder Erweitern zu trainieren!

ÜE zur Addition und Subtraktion

Überprüfe, ob das Peach-Apple-Bruchrechenprogramm für Q richtig gerechnet hat!

Kürze- wenn möglich- so früh als möglich und vereinfache!!

Bedenke dass es stets *mehrere Rechengänge (verschieden kürzen etc.)* gibt!!

Schreibe unechte Brüche stets im Ergebnis als gemischte Zahl um!

$$\text{Ü1 } \left(+\frac{6}{13}\right) + \left(+\frac{7}{13}\right) = \frac{13}{13} = 1$$

$$\text{Ü2 } \left(+\frac{15}{19}\right) - \left(+\frac{11}{26}\right) = \frac{181}{494}$$

$$\text{Ü3 } \left(-\frac{4}{24}\right) - \left(+\frac{5}{18}\right) = -\frac{4}{18}$$

$$\text{Ü4 } \left(-7\frac{3}{13}\right) + \left(+\frac{10}{39}\right) = -\frac{272}{39} = -6\frac{38}{39}$$

$$\text{Ü5 } \left(-\frac{4}{13}\right) - \left(-\frac{18}{26}\right) = -\frac{4}{13}$$

$$\text{Ü6 } \left(-12\frac{1}{3}\right) - \left(+\frac{11}{39}\right) = -\frac{164}{39} = -12\frac{8}{13}$$

$$\text{Ü7 } (-11) + \left(-2\frac{8}{9}\right) = -\frac{125}{9} = -13\frac{8}{9}$$

$$\text{Ü8 } \left(-\frac{3}{5}\right) - \left(-\frac{7}{30}\right) - 2 = -\frac{61}{30}$$

$$\text{Ü9 } \left(-37\frac{3}{8}\right) + \left(-4\frac{10}{16}\right) = -44$$

$$\text{Ü10 } (-0.9) - \left(+\frac{7}{20}\right) - \left(-\frac{2}{5}\right) = -\frac{85}{100} = -\frac{17}{20}$$

$$\text{Ü11 } \frac{18}{19} + \left(-\frac{10}{38}\right) = \frac{13}{19}$$

Tip: im Allgemeinen ist es besser, besonders bei schwierigeren Bruchadditionen oder -subtraktionen, gemischte Zahlen als unechten Bruch umzuschreiben!!

Nicht nötig ist dies in „einfachen“ Rechnungen z.B.:

$$13\frac{3}{11} + \left(+32\frac{10}{11}\right) = (13+32)\left(\frac{3+10}{11}\right) = (13+32)\left(\frac{3}{11} + \frac{10}{11}\right) = 35\frac{13}{11}$$

$$3\frac{6}{7} + \left(-2\frac{4}{7}\right) = (3-2)\left(\frac{6-4}{7}\right) = (3-2)\left(\frac{6}{7} - \frac{4}{7}\right) = 1\frac{2}{7}$$

->> einfach Ganze und Zähler extra addieren/subtrahieren

Zur Bruchstrichschreibweise:

$$\frac{3}{8} + \frac{2}{8} - \frac{7}{8} \rightarrow \text{kürzere" Tint enpatronen – spar – schreibweise" = } \frac{3+2-7}{8} = -\frac{2}{8} = -\frac{1}{4}$$

Der Nenner wird nur einmal angeschrieben und nur ein Bruchstrich gesetzt.

Dies funktioniert bei der Addition und Subtraktion natürlich nur bei *gleichnamigen* Brüchen.

Beachte:

$$\text{Bsp1: } -\frac{3}{13} = \frac{-3}{+13} = \frac{-3}{13} = \frac{+3}{-13} = \frac{3}{-13}$$

$$\text{Bsp2: } +\frac{3}{13} = \frac{3}{13} = \frac{+3}{+13} = \frac{-3}{-13}$$

Wir können den Bruch auch jeweils so schreiben, da wir die Vorzeichenregeln für die Division bereits kennen.

Der Bruchstrich ist ja ein „Dividiert-zeichen“, wie wir bereits wissen.

$+:+ \rightarrow +$	$-:+ \rightarrow -$	$+:- \rightarrow -$	$-:- \rightarrow +$
$Vz:Vz \quad Vz$	$Vz:Vz \quad Vz$	$Vz:Vz \quad Vz$	$Vz:Vz \quad Vz$
<i>Division</i>			

UE zur Multiplikation

„Normale Berechnungsaufgaben“

Berechne! Kürze - wenn möglich- so früh als möglich –gleich in der Angabe und vereinfache!!

Kürze „kreuzweise“!

$$\text{Ü12} \quad \left(+\frac{8}{9}\right) \cdot \left(+\frac{6}{7}\right) =$$

$$\text{Ü13} \quad \left(-\frac{7}{8}\right) \cdot \left(-\frac{6}{9}\right) =$$

$$\text{Ü14} \quad \left(-3\frac{11}{15}\right) \cdot \left(+\frac{3}{8}\right) = \quad \text{Gib das Ergebnis auch als Dezimalzahl an!!!}$$

$$\text{Ü15} \quad (+13) \cdot \left(-\frac{11}{26}\right) = \quad \text{Gib das Ergebnis auch als Dezimalzahl an!!!}$$

$$\text{Ü16} \quad \left(+7\frac{6}{7}\right) \cdot \left(-9\frac{6}{4}\right) = \quad \text{Gib das Ergebnis auch als Dezimalzahl an!!!}$$

$$\text{Ü17} \quad (-3,9) \cdot \left(+\frac{5}{20}\right) = \quad \text{Rechne nur mit Brüchen!!!}$$

$$\text{Ü18} \quad \left(-\frac{11}{1597}\right) \cdot \left(+\frac{1597}{2222}\right) = \quad (\text{schaue genau und kürze gleich!!})$$

$$\text{Ü19} \quad \left(+44\frac{1}{6}\right) \cdot \left(-\frac{12}{13}\right) =$$

$$\text{Ü20} \quad \left(+4\frac{4}{15}\right) \cdot \left(-\frac{0}{13}\right) =$$

$$\text{Ü21} \quad \left(-9\frac{18}{200}\right) \cdot \left(-\frac{20}{36}\right) \cdot (-4,355) =$$

Rechne nur mit Brüchen!!! Kürze gleich in der Angabe!!!!!!

(lasse das Ergebnis als unechten Bruch stehen)

Beachte: Für jedes Beispiel gibt es- je nach Art des Kürzens, Umwandelns, Gemeinsamen-Nenner-Bringens verschiedenste Lösungswege!!!

UE zur Division

Überprüfe, ob das Peach-Apple-Bruchrechenprogramm für Q richtig gerechnet hat!

Kürze wenn möglich so früh als möglich-gleich in der Angabe !!- und vereinfache soweit als possible!

*Kürze „kreuzweise“! Versuche bereits in der Angabe, **innerhalb** des Bruches soweit als möglich zu kürzen, damit du nicht so hohe Zahlen hast! Kürze „kreuzweise“(Krwkü)*

Vergiss nicht: kreuzweises Kürzen erst **nach Bilden des Kehrwertes in der Multiplikation!**

$$\text{Ü22} \quad \left(+\frac{7}{19}\right) : \left(-\frac{9}{38}\right) = -\frac{14}{9} = -1\frac{5}{9}$$

$$\text{Ü23} \quad \left(-3\frac{5}{6}\right) : (-12) = -\frac{4}{72}$$

$$\text{Ü24} \quad \left(-5\frac{4}{12}\right) : \left(+3\frac{8}{16}\right) = -\frac{32}{21} = -1\frac{11}{21}$$

$$\text{Ü25} \quad \left(-\frac{15}{44}\right) : \left(-\frac{45}{46}\right) = \frac{15}{46}$$

$$\text{Ü26} \quad 3\frac{7}{8} : \left(-\frac{31}{64}\right) = -8$$

$$\text{Ü27} \quad \left(+\frac{5}{15}\right) : \left(-\frac{15}{30}\right) = -\frac{2}{3}$$

$$\text{Ü28} \quad \frac{7}{22} : \left(-\frac{6}{33}\right) = -\frac{1}{22}$$

$$\text{Ü29} \quad (+0,8) : \left(-\frac{40}{41}\right) = -\frac{41}{50} = -0.82$$

Rechne nur mit Brüchen!!! Ergebnis auch als Dezimalzahl!

$$\text{Ü30} \quad \left(-5\frac{16}{20}\right) : 3,12 = -\frac{145}{78} = -1\frac{67}{78} = -1,85897$$

Rechne nur mit Brüchen!!! Ergebnis auch als Dezimalzahl!

UE zu Doppelbrüchen

Welche der 3 angegebenen Lösungsmöglichkeiten ist die richtige????

Berechne und kreuze an!

Berechne! Löse den Doppelbruch auf und vereinfache soweit als möglich!!!

Kürze gleich in der Angabe wenn möglich!! (Kürzen *innerhalb des jeweiligen oberen und unteren Bruchs* ist gemeint)!!

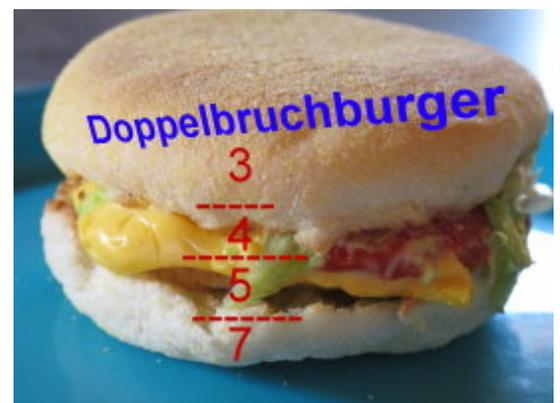
Schreibe die Rechnung auch als „normale“ Bruchdivision an und berechne mit dem Kehrwert als Kontrolle für dein Ergebnis!

$$\text{Ü31 } \frac{+\frac{33}{35}}{-\frac{66}{70}} = \quad \text{A } -6 \quad \text{B } -\frac{1}{70} \quad \text{C } -1$$

$$\text{Ü32 } \frac{-5\frac{4}{7}}{+\frac{16}{18}} = \quad \text{A } -\frac{351}{56} = -6\frac{15}{56} \quad \text{B } -\frac{331}{70} \quad \text{C } \frac{31}{35}$$

$$\text{Ü33 } \frac{-7}{-11\frac{8}{9}} = \quad \text{A } \frac{776}{99} \quad \text{B } \frac{63}{107} \quad \text{C } -77$$

$$\text{Ü34 } \frac{12\frac{4}{7} - \frac{11}{14}}{\left(-\frac{5}{7}\right) \cdot \left(-\frac{3}{10}\right)} = \quad \text{A } 55 \quad \text{B } \frac{12}{70} \quad \text{C } -7$$



Zusatzübung:

Schreibe die Aufgaben der Bruchdivision von Ü22 bis Ü30 als **Doppelbrüche an**, löse diese auf und kontrolliere die **Gleichheit des Ergebnisses!**

Mathe Leuchtturm**Lösungen****Übungsleuchtturm****009****Addition und Subtraktion von Brüchen****Richtige Ergebnisse unverändert. Falsche eingerahmt und richtig korrigiert.**

$$\text{Ü1 } \left(+\frac{6}{13}\right) + \left(+\frac{7}{13}\right) = \frac{13}{13} = 1$$

$$\text{Ü2 } \left(+\frac{15}{19}\right) - \left(+\frac{11}{26}\right) = \frac{181}{494}$$

$$\text{Ü3 } \boxed{\left(-\frac{4}{24}\right) - \left(+\frac{5}{18}\right) = \boxed{-\frac{4}{9}}}$$

$$\text{Ü4 } \left(-7\frac{3}{13}\right) + \left(+\frac{10}{39}\right) = -\frac{272}{39} = -6\frac{38}{39}$$

$$\text{Ü5 } \boxed{\left(-\frac{4}{13}\right) - \left(-\frac{18}{26}\right) = \boxed{\frac{5}{13}}}$$

$$\text{Ü6 } \boxed{\left(-12\frac{1}{3}\right) - \left(+\frac{11}{39}\right) = \boxed{-\frac{164}{13} = -12\frac{8}{13}}}$$

$$\text{Ü7 } (-11) + \left(-2\frac{8}{9}\right) = -\frac{125}{9} = -13\frac{8}{9}$$

$$\text{Ü8 } \boxed{\left(-\frac{3}{5}\right) - \left(-\frac{7}{30}\right) - 2 = \boxed{-\frac{71}{30} = -2\frac{11}{30}}}$$

$$\text{Ü9 } \boxed{\left(-37\frac{3}{8}\right) + \left(-4\frac{10}{16}\right) = \boxed{-\frac{336}{8} = -42}}$$

$$\text{Ü10 } (-0.9) - \left(+\frac{7}{20}\right) - \left(-\frac{2}{5}\right) = \text{Rechne nur mit Brüchen!!! } -\frac{85}{100} = -\frac{17}{20}$$

$$\text{Ü11 } \frac{18}{19} + \left(-\frac{10}{38}\right) = \frac{13}{19}$$

Multiplikation von Brüchen

$$\text{Ü12} \quad \frac{16}{21}$$

$$\text{Ü13} \quad \frac{7}{12}$$

$$\text{Ü14} \quad -\frac{7}{5} = -1\frac{2}{5} = \text{als Dezimalzahl} \rightarrow -\frac{14}{10} = -1\frac{4}{10} = -1,4$$

$$\text{Ü15} \quad -\frac{11}{2} = -5\frac{1}{2} = \text{als Dezimalzahl} \rightarrow -5,5$$

$$\text{Ü16} \quad -\frac{165}{2} = -82\frac{1}{2} \rightarrow \text{als Dezimalzahl} \rightarrow -82,5$$

$$\text{Ü17} \quad -\frac{39}{40}$$

$$\text{Ü18} \quad -\frac{1}{202}$$

$$\text{Ü19} \quad -\frac{530}{13} = -40\frac{10}{13}$$

$$\text{Ü20} \quad 0 \quad \text{weil} -\frac{0}{13} = 0!!!!$$

$$\text{Ü21} \quad -\frac{87971}{4000} = -21\frac{3971}{4000} = -21,9928$$

Division von Brüchen

Richtige Ergebnisse unverändert. Falsche eingrahmt und richtig korrigiert.

$$\text{Ü22} \quad \left(+\frac{7}{19}\right) : \left(-\frac{9}{38}\right) = -\frac{14}{9} = -1\frac{5}{9}$$

$$\text{Ü23} \quad \boxed{\left(-3\frac{5}{6}\right) : (-12) = \frac{23}{72}}$$

$$\text{Ü24} \quad \left(-5\frac{4}{12}\right) : \left(+3\frac{8}{16}\right) = -\frac{32}{21} = -1\frac{11}{21}$$

$$\text{Ü25} \quad \boxed{\left(-\frac{15}{44}\right) : \left(-\frac{45}{46}\right) = \frac{23}{66}}$$

$$\text{Ü26} \quad 3\frac{7}{8} : \left(-\frac{31}{64}\right) = -8$$

$$\text{Ü27} \quad \left(+\frac{5}{15}\right) : \left(-\frac{15}{30}\right) = -\frac{2}{3}$$

$$\text{Ü28} \quad \boxed{\frac{7}{22} : \left(-\frac{6}{33}\right) = -\frac{7}{4} = -1\frac{3}{4}}$$

$$\text{Ü29} \quad (+0,8) : \left(-\frac{40}{41}\right) = -\frac{41}{50} = -0.82$$

Rechne nur mit Brüchen!!! Ergebnis auch als Dezimalzahl!

$$\text{Ü30} \quad \left(-5\frac{16}{20}\right) : 3,12 = -\frac{145}{78} = -1\frac{67}{78} = -1,85897$$

Rechne nur mit Brüchen!!! Ergebnis auch als Dezimalzahl!

Doppelbrüche

$$\text{Ü31 } \frac{+\frac{33}{35}}{-\frac{66}{70}} = \quad \text{A } -6 \quad \text{B } -\frac{1}{70} \quad \boxed{\text{C } -1}$$

$$\text{Ü32 } \frac{-5\frac{4}{7}}{+\frac{16}{18}} = \quad \boxed{\text{A } -\frac{351}{56} = -6\frac{15}{56}} \quad \text{B } -\frac{331}{70} \quad \text{C } \frac{31}{35}$$

$$\text{Ü33 } \frac{-7\frac{8}{9}}{-11\frac{8}{9}} = \quad \text{A } \frac{776}{99} \quad \boxed{\text{B } \frac{63}{107}} \quad \text{C } -77$$

$$\text{Ü34 } \frac{12\frac{4}{7} - \frac{11}{14}}{\left(-\frac{5}{7}\right) \cdot \left(-\frac{3}{10}\right)} = \quad \boxed{\text{A } 55} \quad \text{B } \frac{12}{70} \quad \text{C } -7$$

Erklärungen und Musterbeispiele

Multiplikation zweier Brüche

A Multiplikation eines Bruchs mit einer ganzen Zahl

$$\frac{a}{b} \cdot c = \frac{a \cdot c}{b}$$

Die Formel bedeutet:

Der Zähler wird mit der ganzen Zahl multipliziert, der Nenner bleibt **unverändert** !!!

$$\text{Bsp1: } \frac{4}{9} \cdot 11 = \frac{4 \cdot 11}{9} = \frac{44}{9} = 4 \frac{8}{9}$$

$$\text{Bsp2: } \frac{8}{11} \cdot 22 = \frac{8 \cdot 22}{11} \rightarrow \text{kürzen} = 16$$

B Multiplikation eines Bruchs mit einem Bruch

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Kurzformel:

$$\frac{\text{Zähler mal Zähler}}{\text{Nenner mal Nenner}}$$

Ein Bruch wird mit einem anderen multipliziert, indem *die beiden Zähler und die beiden Nenner extra multipliziert werden*.

Gilt auch für mehr als 2 Brüche!!!-(siehe Bsp.2) -mehrere Brüche werden multipliziert, indem alle Zähler und alle Nenner multipliziert werden.

$$\text{Bsp1: } \frac{3}{7} \cdot \frac{5}{6} = \frac{3 \cdot 5}{7 \cdot 6} = \frac{15}{42} = \frac{5}{14}$$

$$\text{Bsp2: } \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{9} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) = \frac{3 \cdot 2 \cdot (-4)}{4 \cdot 9 \cdot 5} \rightarrow \text{kürzen} = -\frac{4}{30} = -\frac{2}{15}$$

Es gelten wie in Z die Vorzeichen-Multiplikationsregeln:

$++ \rightarrow +$	$-*+ \rightarrow -$	$+*- \rightarrow -$	$-*- \rightarrow +$	<i>Multiplikation</i>
$Vz Vz \quad Vz$	$Vz Vz \quad Vz$	$Vz Vz \quad Vz$	$Vz Vz \quad Vz$	
Beachten wir:				
$0 \cdot \text{jeder Zahl} = 0 \quad \text{jede Zahl} \cdot 0 = 0 \text{ !!!!}$				

In vielen Beispielen ist es ratsam, damit du nicht so hohe Zahlen beim Multiplizieren hast, **noch vor dem Ausmultiplizieren „kreuzweise“, also im „X“ zu kürzen**

Kürzen: in der Angabe: *kreuzweise* χ

z.B. $\frac{3}{8} \cdot \frac{16}{9} = \frac{1}{1} \cdot \frac{2}{3}$ 

Unterscheid e das „normale Kürzen“ **innerhalb** des Bruches

z.B. $\frac{4}{8} \cdot \frac{7}{14} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ beachte: hier könnten wir auch 4 gegen 14 „kreuzweise“ kürzen

Achtung!!!!

Gemischte Zahlen vor dem Ausmultiplizieren immer als unechten Bruch umschreiben!!!

$$5\frac{4}{8} \cdot \frac{5}{14} \rightarrow \text{kein Krwkü 4 gegen 14 möglich!!!!} = \frac{44}{8} \cdot \frac{5}{14} \rightarrow \text{Krwkü 44 gegen 14} = \frac{22}{8} \cdot \frac{5}{7} = \frac{110}{56}$$

Zur Bruchstrichschreibweise:

$$\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{7}{38} \rightarrow = \frac{3 \cdot 2 \cdot 7}{8 \cdot 5 \cdot 38} = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 5 \cdot 38} = \frac{21}{760}$$

Es wird nur ein Bruchstrich gesetzt.

Dies funktioniert im Gegensatz zur Addition und Subtraktion bei der Multiplikation auch bei ungleichnamigen Brüchen.

Division von Brüchen

A Division eines Bruchs durch eine ganze Zahl

$$\frac{a}{b} : c = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{c} = \frac{a}{b \cdot c} \quad c \neq 0 \quad \text{Beachte: } c \text{ darf nicht Null sein!}$$

Die Formel bedeutet:

Der **Nenner** des Bruchs wird mit der ganzen Zahl **multipliziert**, der **Zähler** bleibt **unverändert!!!!**

$$\text{Bsp: } \frac{12}{13} : 4 = \frac{12}{13} \cdot \frac{1}{4} = \frac{12}{52} \rightarrow \text{durch 4 kürzen} = \frac{3}{13}$$

B Division eines Bruchs durch einen Bruch

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} = \frac{ad}{bc}$$

Der Dividend (= 1.Bruch) wird mit dem **Kehrwert des Divisors (2.Bruch)** **multipliziert**

Kehrwert...kommt von „umkehren“

also: der 2.Bruch wird umgedreht, das heißt ,der Zähler und der Nenner werden vertauscht, der 1. Bruch aber **nicht umgedreht!!!!** und es wird **multipliziert**

Natürlich gelten dann wieder die Regeln für die Multiplikation von Brüchen!

$$\text{Bsp1: } \frac{3}{4} : \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{2} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 2} = \frac{15}{8} = 1 \frac{7}{8} \quad \text{Bsp 2: } \frac{4}{7} : \frac{5}{8} = \frac{4}{7} \cdot \frac{8}{5} = \frac{32}{35}$$



Nach der obigen Regel gilt daher für die Division eines Bruchs *durch eine ganze Zahl*:

ganze Zahlen beim Dividieren immer als „Eintel“ schreiben und beim Multiplizieren als 1 dividiert durch die ganze Zahl

$$\boxed{\frac{a}{b} : c = \frac{a}{b} : \frac{c}{1} = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{c} = \frac{a}{b \cdot c}}$$

Es gelten wie in Z die Vorzeichen-Divisionsregeln:

$+:+ \rightarrow +$	$-:+ \rightarrow -$	$+:- \rightarrow -$	$-:- \rightarrow +$	<i>Division</i>
$Vz Vz \quad Vz$				

Sonderfall Null: $0 : \text{jede Zahl} = 0$ $\text{jede Zahl} : 0 = \text{"verboten" !!!!}$

Kürzen bei der Bruchdivision

Es gibt verschiedene Möglichkeiten:

1.) **gleich in der Angabe innerhalb des Bruches**, dann erst Kehrwert bilden!

$$\text{Bsp: } \frac{4}{16} : \frac{4}{8} = \frac{1}{4} : \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad \text{oder}$$

2.) **kreuzweise** aber erst **nach Bilden des Kehrwertes in der Multiplikation!!!!**

$$\text{Unser voriges Bsp: } \frac{4}{16} : \frac{4}{8} = \frac{4}{16} \cdot \frac{8}{4} = \text{KRWKÜ} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Wir haben „kreuzweise“ im Sinne der Bruchmultiplikations-Kürzregeln gekürzt

4 gegen 4, 16 gegen 8!!!

Wir merken uns:

In einer Bruchdivision dürfen wir niemals gleich in der Angabe „kreuzweise“ kürzen!!!

Achtung!!!!

Gemischte Zahlen vor dem Dividieren immer als unechten Bruch umschreiben!!!

Bsp1:

$$7\frac{7}{8} : \frac{4}{13} \rightarrow \text{kein Krwkü 4 gegen 8 möglich!!!!} = \frac{63}{8} : \frac{4}{13} \rightarrow \text{Kein Krwkü 4 gegen 8!!} =$$

$$\frac{63}{8} \cdot \frac{13}{4} = \frac{819}{32} = 25\frac{19}{32}$$

Bsp2:

$$6\frac{5}{15} : 2\frac{6}{9} \rightarrow \text{kein Krwkü 6 gegen 15 möglich!!!!} = \frac{95}{15} : \frac{24}{9} \rightarrow \text{Kein Krwkü 24 gegen 15!!} =$$

$$\text{innerhalb des Bruchs kürzen } \frac{19}{3} : \frac{8}{3} = \frac{19}{3} \cdot \frac{3}{8} = \text{krwkü } \frac{19}{1} \cdot \frac{1}{8} = 2\frac{3}{8} \rightarrow \text{oder: } \frac{57}{24} = 2\frac{9}{24} = 2\frac{3}{8}$$

Ein Doppelbruch ist einfach nur eine andere Schreibweise „in einem“ für die Division zweier Brüche.

Wir wissen ja ,dass das Dividiert-zeichen der Bruchstrich ist.

Das Ergebnis eines Doppelbruchs ist immer schließlich ein „normaler“ Bruch.

Auflösen eines Doppelbruchs: $\frac{\text{Aussenglied} \text{ mal } \text{Aussenglied}}{\text{Innenglied} \text{ mal } \text{Innenglied}}$

Kürze im aufgelösten einfachen Bruch dann wie in der „normalen“ Multiplikation zweier Brüche!!!- „kreuzweise“ oder gleich innerhalb des Bruchs jeweils (*siehe Kapitel: Multiplikation-Kürzen*)

$$\text{Bsp1: } \frac{\frac{8}{9}}{\frac{4}{5}} = \frac{8 \cdot 5}{9 \cdot 4} = \frac{10}{9} = 1\frac{1}{9}$$

Gemischte Zahlen vor dem Auflösen des Doppelbruchs **in einen unechten Bruch** umwandeln!!

$$\text{Bsp2: } \frac{4\frac{5}{9}}{2\frac{6}{11}} = \frac{\frac{41}{9}}{\frac{28}{11}} = \frac{41 \cdot 11}{9 \cdot 28} = \frac{451}{252} = 1\frac{199}{252}$$

Statt dem Auflösen nach der Formel hättest du auch eine „normale“ Bruchdivision ausführen können!

$$\text{In Bsp1: } \frac{\frac{8}{9}}{\frac{4}{5}} \leftrightarrow \frac{8}{9} : \frac{4}{5} = \frac{8}{9} \cdot \frac{5}{4} = \textit{kreuzweises Kürzen} \rightarrow \frac{2}{9} \cdot \frac{5}{1} = \frac{10}{9} = 1\frac{1}{9}$$

$$\text{In Bsp2: } \frac{4\frac{5}{9}}{2\frac{6}{11}} \leftrightarrow 4\frac{5}{9} : 2\frac{6}{11} = \frac{41}{9} : \frac{28}{11} = \frac{41 \cdot 11}{9 \cdot 28} = \frac{451}{252} = 1\frac{199}{252}$$

Kürzen im Doppelbruch selbst

$$\frac{\frac{Z1}{N1}}{\frac{Z2}{N2}} \rightarrow \frac{Z1}{N2}$$

Z1 gegen Z2 Zähler des 1.(=oberen) Bruchs gegen Zähler des 2.(unteren) Bruchs

N1 gegen N2 Nenner des 1.(=oberen) Bruchs gegen Nenner des 2.(unteren) Bruchs

$$\frac{\frac{5^5}{7^7}}{\frac{15^5}{21^7}} \rightarrow \text{gekürzt} \rightarrow 5 \text{ gegen } 15 \text{ und } 7 \text{ gegen } 21 = \frac{1}{3} \rightarrow$$

Bsp:

$$\text{Auflösen} > (\text{Außen mal Außen}) \text{ durch } (\text{Innen mal Innen}) = \frac{1 \cdot 3}{3 \cdot 3} \rightarrow \text{kürzen} = \frac{1}{3}$$

Achtung! Verwechsle nicht die Regeln für das Kürzen im Doppelbruch und das Auflösen!!!!

Merke: **Auflösen des Doppelbruchs:**

$$(\mathbf{A} \text{ mal } \mathbf{A}) \text{ durch } (\mathbf{I} \text{ mal } \mathbf{I})$$

A.... Außenglied I....Innenglied

Zusatzübung:

Versuche in den Aufgaben Ü22 bis Ü34 im Sinne der Doppelbruch-kürzregel wie oben zu kürzen!

