

## Mathe Leuchtturm

### Übungsleuchtturm 5.Kl.

# 001

=Übungskapitel

5.Kl.,Übergangsklasse ; 3. & 4.Kl.

## Aussagen und Mengen

mathematische Kompetenzen

Erforderlicher Wissensstand (->Stoffübersicht im Detail siehe auch Wissensleuchtturm der 5.Klasse)

*Definition der Zahlenmengen  $N, Z, Q$  und  $R$  und ihr Zusammenhang*

*Kenntnis über mathematische Symbole und über die Sprache der Mathematik*

*Durchschnitt und Vereinigung- Begriffe verstehen können- Anwendung in Beispielen*

**Ziel dieses Kapitels (dieses Übungsleuchtturms) ist:**

eine Aussage über Zahlenmengen und über den Mengenbegriff in Zusammenhang mit mathematischen Symbolen in der mathematischen Fachsprache als wahr oder falsch bewerten können

Lösungen findest du ab Seite 4

Ü Gib an, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind (☺warmer oder fauliger Apfelstrudel). Begründe deine Entscheidung!!!

1.)  $-\frac{234}{987} \in \mathbb{Q}$

2.)  $4,23 \in \mathbb{N}$

3.) Die Menge der rationalen Zahlen ist eine Obermenge der natürlichen Zahlenmenge.

4.)  $-123\frac{23}{98} \in \mathbb{Q}$

5.)  $-123\frac{23}{98} \in \mathbb{Z}$

6.)  $-123\frac{23}{98} \in \mathbb{R}$

7.)  $\{122,124,127\} \cup \{200,216,299\} = \{ \}$

8.)  $\{122,124,127\} \cap \{101,119,124\} = \{124\}$

9.)  $\{33,39,47\} \cup \{101,119,124\} = \{33,39\}$

10.)  $\mathbb{Z} = \{\mathbb{N} \cup \mathbb{Q}\}$

11.) Die kleinste natürliche Zahl ist 1.

12.) Die größte natürliche Zahl ist 1000000000.

13.)  $\exists^\infty x \in \mathbb{Z}$

14.)  $\exists^\infty x \in \mathbb{Q}$

15.)  $\mathbb{N} = \{-1,0,1,2,\dots\}$

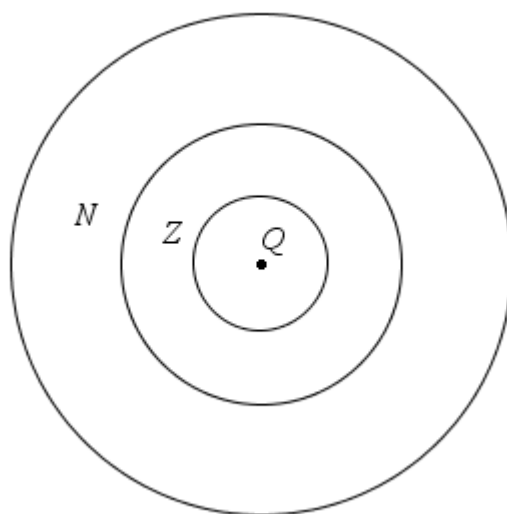
16.)  $\mathbb{N} = \mathbb{N} \cup \{0\}$

17.)  $\mathbb{N}^* = \mathbb{N} \cup \{0\}$



**Achtung Fälschung!**

18.) Die 3 Mengen  $N, Z$  und  $Q$  stehen in folgender Beziehung:



$$Q \subseteq Z \subseteq N$$

19.)  $-\frac{4}{97} < -\frac{4}{98}$

$x \geq 7 \quad \text{in } N \quad L = \{8, 9, 10, \dots\}$

20.)

$x \leq -4093 \quad \text{in } Z \quad L = \{-4093, -4092, -4091, \dots\}$

21.)

22.)  $x \geq -357 \quad \text{in } Z \quad L = \{-358, -359, -360, \dots\}$

23.)  $0 \mid 3033 \quad 78 \mid 234 \quad 3099 \mid 0 \quad 1 \mid 1000 \quad 9,7 \mid 19,4 \quad \frac{1}{3} \mid \frac{1}{27}$

24.)  $0 \in Z^+$

25.)  $0 \in N^*$

26.)  $\sqrt{13} \in Q$

27.)  $123^3 \in R$

$123^3 \in Q$

28.)

$R \supseteq N$

29.)

$\sqrt{13} \in R$

30.)  $\sqrt{13} \in Z$

31.)  $\frac{44}{99} \in R$

32.)  $\frac{7}{9} \in Q$

33.)  $0,4\dot{5} \in Q$

34.)  $\sqrt{13} \in I$

35.)  $\sqrt{\frac{23}{24}} \in I$

Ü

# Lösungen

w.A. .... wahre Aussage

f.A. .... falsche Aussage

1.)  $-\frac{234}{987} \in \mathbb{Q}$  **w. A.**

Begründung: da jede **Zahl, die als Bruch** darstellbar ist, eine rationale Zahl ist.

2.)  $4,23 \in \mathbb{N}$  **f. A.**

Begründung: Die Menge der natürlichen Zahlen wird definiert als

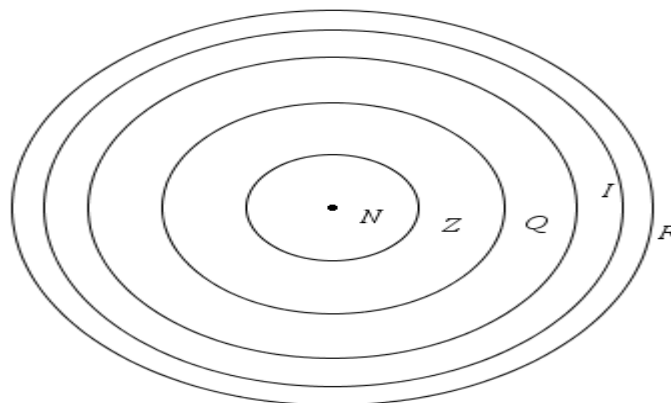
$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$ . In dieser Menge gibt es *keine Dezimalzahl*.

3.) *Die Menge der rationalen Zahlen ist eine Obermenge der natürlichen*

Zahlenmenge **w. A.**

Begründung:  $\boxed{\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}}$   $\boxed{\mathbb{Q} \supseteq \mathbb{N}}$

Die Menge der rationalen Zahlen ist eine größere Menge als die Menge der natürlichen Zahlen-daher eine Obermenge-siehe Mengendiagramm!



4.)  $-123\frac{23}{98} \in \mathbb{Q}$  **w. A.**

Begründung: eine gemischte (negative ) Zahl ist ja ein unechter Bruch-also ein Bruch.

Brüche sind rationale Zahlen.  $-\frac{12077}{98} \in \mathbb{Q}$

5.)  $-123\frac{23}{98} \in \mathbb{Z}$  **f. A.**

Begründung: eine gemischte (negative) Zahl ist ja ein unechter (negativer) Bruch-also ein Bruch

$\mathbb{Z} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ . In der Menge der ganzen Zahlen sind keine Brüche.

6.)  $-123\frac{23}{98} \in R$  **w. A.**

Begründung: eine gemischte (negative) Zahl ist ja ein unechter (negativer) Bruch-also ein Bruch.

Reelle Zahlen sind ja „alle“ positiven und negativen Zahlen -auch Brüche sind natürlich enthalten.

Laut Mengendiagramm : Wenn  $-123\frac{23}{98} \in Q$ , dann liegt die Zahl automatisch auch in der Menge der reellen Zahlen, weil ja  $Q \subseteq R$ , also die Menge der rationalen Zahlen in der Menge der reellen enthalten ist.

7.)  $\{122,124,127\} \cup \{200,216,299\} = \{ \}$  **f. A.**

Begründung

**Die Vereinigungsmenge**

*Alle Elemente, die entweder in der 1.Menge oder in der 2.Menge oder in beiden enthalten sind.*

*Vereinigungsmenge „alle Elemente zusammen“ und jene Elemente, die doppelt vorkommen, werden nur einmal gezählt*

**Richtig** wäre hier  $\{122,124,127\} \cup \{200,216,299\} = \{122,124,127,200,216,299\}$

Daher kann es nicht die leere Menge sein!

8.)  $\{122,124,127\} \cap \{101,119,124\} = \{124\}$  **w. A.**

Begründung: In der Durchschnittsmenge liegen jene Elemente, die in **beiden** Mengen enthalten sind. Wir können in den Mengenklammern jene Elemente unterstreichen, die in beiden Klammern vorkommen. Also insgesamt jene Elemente, die doppelt vorkommen. Hier kommt nur ein Element doppelt vor-nämlich 124.

9.)  $\{33,39,47\} \cup \{101,119,124\} = \{33,39\}$  **f. A.**

**Die Vereinigungsmenge**

*Alle Elemente, die entweder in der 1.Menge oder in der 2.Menge oder in beiden enthalten sind.*

*Vereinigungsmenge „alle Elemente zusammen“ und jene Elemente, die doppelt vorkommen, werden nur einmal gezählt*

**Richtig** wäre hier  $\{33,39,47\} \cup \{101,119,124\} = \{33,39,47,101,119,124\}$

Daher kann die Vereinigungsmenge nicht nur diese beiden Elemente enthalten!

10.)  $Z = \{N \cup Q\}$  **f. A.**

Begründung: Laut Mengendiagramm kann die Menge der ganzen Zahlen keineswegs aus der Vereinigung der natürlichen und rationalen Zahlen bestehen, da die Menge der rationalen Zahlen alleine schon größer als die Menge der ganzen Zahlen ist.

Die kleinste natürliche Zahl ist 1.

11.) f. A.

$$N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

$$N^* = N \setminus \{0\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

Begründung:

Die Menge der „normalen“ natürlichen Zahlen beinhaltet Null als kleinstes Element.

Die Menge "N stern" ist eine zusätzliche Nebendefinition.

12.) Die größte natürliche Zahl ist 1000000000 **f. A.**

Begründung: Die Menge der natürlichen Zahlen hat unendlich viele Elemente

$$\exists. \infty \ x \in N.$$

10000000000000000000000000000000 wäre zum Beispiel gleich eine größere natürliche Zahl. Oder 456378945361745367219745367819984566780998766234455

13.)  $\exists.^\infty x \in Z$  **w. A.**

Begründung *Es gibt unendlich viele ganze Zahlen.*

14.)  $\exists.^\infty x \in Q$  **w. A.**

Begründung *Es gibt unendlich viele rationale Zahlen.*

15.)  $N = \{-1, 0, 1, 2, \dots\}$  **f. A.**

Begründung Die Menge der natürlichen Zahlen enthält keine negativen Zahlen.

$$N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\} \quad \text{siehe oben}$$

16.)  $N = N \cup \{0\}$  **f. A.**

Begründung: In der Menge der natürlichen Zahlen ist schon Null enthalten!

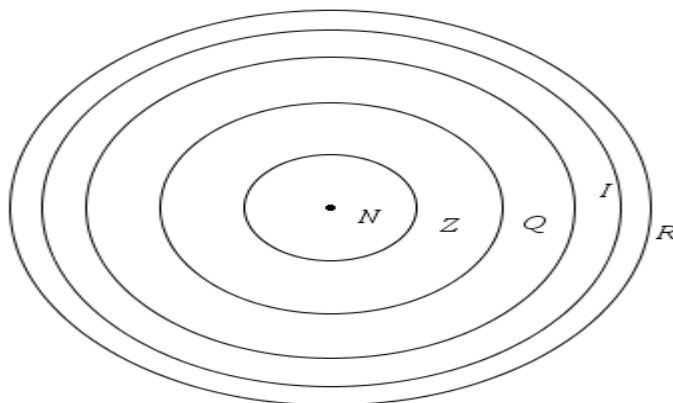
Richtig wäre  $N = N^* \cup \{0\}$

17.)  $N^* = N \cup \{0\}$  **f. A.**

Begründung: In der Menge  $N^*$  ist Null nicht enthalten, daher kann Null bei der Vereinigung nicht dabei sein!

Richtig wäre  $N = N^* \cup \{0\}$

- 18.) Die 3 Mengen  $N$ ,  $Z$  und  $Q$  stehen in folgender Beziehung  $Q \subseteq Z \subseteq N$  **f. A.**



Begründung: Richtig ist natürlich  $N \subseteq Z \subseteq Q \subseteq R$

Das Zeichen müsste umgedreht werden!!!!  $Q \supseteq Z \supseteq N$  Die rationalen Zahlen sind eine Obermenge der ganzen Zahlen, diese sind eine Teilmenge der natürlichen.

- 19.)  $-\frac{4}{97} < -\frac{4}{98}$  **w. A.**

Begründung: Wandeln wir die Bruchzahlen in Dezimalzahlen um, haben wir  
 $-0.041237113402062 < -0.040816326530612$

Die rechte obige Dezimalzahl ist größer, weil sie als negative Zahl eine kleinere Tausendstelstelle aufweist!!!

Anders gesagt: bei gleichem Zähler ist jene negative Bruchzahl größer, deren Nenner eine größere Zahl als die andere aufweist (bei positiven Bruchzahlen ist es genau umgekehrt!)

- 20.)  $x \geq 7 \text{ in } \mathbb{Z} \quad L = \{8, 9, 10, \dots\}$  **f. A.**

Begründung: bei  $\geq$  bei größer gleich ist die angegebene Zahl bei der Menge dabei

Richtig wäre  $x \geq 7 \quad L = \{7, 8, 9, 10, \dots\}$

- 21.)  $x \leq -4093 \text{ in } \mathbb{Z} \quad L = \{-4093, -4092, -4091, \dots\}$  **f. A.**

Begründung: Die angegebenen Elemente sind größer als -4093!!

Richtig wäre  $x \leq -4093 \quad L = \{-4093, -4094, -4095, \dots\}$

$x \leq -4093 \quad L = \{\dots, -4097, -4096, -4095, -4094, -4093\}$

- 22.)  $x \geq -357 \text{ in } \mathbb{Z} \quad L = \{-358, -359, -360, \dots\}$  **f. A.**

Begründung: Die angegebenen Elemente sind kleiner als -357!! außerdem ist -357 nicht dabei

Richtig wäre  $x \geq -357 \quad L = \{-357, -356, -355, \dots\}$

- 23.)  $0 \mid 3033$  **f. A.** weil  $3033:0$  ist „verboten“!  $78 \mid 234$  **w. A.** weil  $234:78=3$

$3099 \mid 0$  **w. A.** weil  $0:3099=0$   $1 \mid 1000$  **w. A.** weil  $1000:1=1$

9,7|19,4 **f.A.** für rationale Zahlen ist die Definition des Teilers nicht gegeben

Der Teiler ist nur für *ganze Zahlen* an ganzen Zahlen definiert.

### 23.) Fortsetzung

$\frac{1}{3} \mid \frac{1}{27}$  **f.A.** für rationale Zahlen (also Brüche) ist die Definition des Teilers nicht

gegeben. Der Teiler ist nur für *ganze Zahlen* an ganzen Zahlen definiert.

24.)  $0 \in \mathbb{Z}^+$  **f. A.**

Begründung  $\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$  Null ist nicht Element der positiven ganzen Zahlen!!!

25.)  $0 \in \mathbb{N}^*$  **f. A.**

Begründung  $\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$  Null ist nicht Element von  $\mathbb{N}^*$ , der natürlichen Zahlen ohne Null !!!

26.)  $\sqrt{13} \in \mathbb{Q}$  **f. A.**

Begründung  $\sqrt{13} = 1.7320508075689\dots$  Quadratwurzelzahlen sind keine rationalen Zahlen, sondern reelle Zahlen. **Richtig wäre**  $\sqrt{13} \in \mathbb{R}$

27.)  $123^3 \in \mathbb{R}$  **w. A.** Begründung  $123^3 = 1860867$  somit eine reelle Zahl

$123^3 \in \mathbb{Q}$  **w. A.** Begründung  $123^3 = 1860867 = \text{rational}$

28.)  $\mathbb{R} \supseteq \mathbb{N}$  **w. A.**

Begründung Die reellen Zahlen sind eine Obermenge der natürlichen- siehe Mengendiagramm anders gesagt: die natürlichen Zahlen sind eine Teilmenge der reellen Zahlen

29.)  $\sqrt{13} \in \mathbb{R}$  **w. A.**

Begründung  $\sqrt{13} = 1.7320508075689\dots$  Quadratwurzelzahlen sind reelle Zahlen.

**30.)**  $\sqrt{13} \in \mathbb{Z}$  **f. A.** Begründung: Quadratwurzelzahlen sind keine ganzen Zahlen, sondern reelle Zahlen. (der Ausdruck unter der Wurzel kann eine Quadratzahl oder Nicht- Quadratzahl sein, beide Wurzelergebnisse sind reell, aber nur Nicht- Quadratzahlen wären irrational, d.h. die Nachkommastellen des Ergebnisses brechen nicht ab. )

30.) ist also eine falsche Aussage.



31.)  $\frac{44}{99} \in \mathbb{R}$  **w. A.**

Begründung Jede Bruchzahl ist eine rationale Zahl und somit eine reelle Zahl, da die Menge der rationalen Zahlen ja eine Teilmenge der reellen Zahlen ist.  
Die reellen Zahlen sind ja „alle Zahlen“!!!!

32.)  $\frac{7}{9} \in \mathbb{Q}$  **w. A.**

Begründung Jede Bruchzahl ist eine rationale Zahl. In diesem Fall als Neuntel eine periodische Dezimalzahl, also ein Element von  $\mathbb{Q}$ .

33.)  $0,4\dot{5} \in \mathbb{Q}$  **w. A.**

Begründung:  $0,4\dot{5} = 0.45454545454545.....$

Dies ist eine unendliche periodische Dezimalzahl, also ein Element von  $\mathbb{Q}$ .

34.)  $\sqrt{13} \in \mathbb{I}$  **w. A.**

Begründung: Quadratwurzelzahlen, deren Radikand (Zahl unter der Wurzel) keine Quadratzahl ist, sind Dezimalzahlen, deren Nachkommastellen nicht abbrechen.  
Daher ist dies eine irrationale Zahl.

35.)  $\sqrt{\frac{23}{24}} \in \mathbb{I}$  **w. A.**

Begründung: Quadratwurzelzahlen, deren Radikand als Bruch (Zahl unter der Wurzel) keine Quadratzahl ist, sind Dezimalzahlen, deren Nachkommastellen nicht abbrechen. Daher ist dies eine irrationale Zahl

*all right.....????*

